



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Sbírka příkladů z matematiky pro 8. ročník základní školy

Vypracoval: Antonín Hraníček
Vedoucí práce: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.

České Budějovice 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Sbíрка příkladů z matematiky pro 8. ročník základní školy jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne

.....

Podpis studenta

Poděkování

V první řadě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce panu prof. RNDr. Pavlu Tlustému, CSc. za jeho rady, připomínky a nápady, ale i za vstřícný přístup, trpělivost a čas, který mi věnoval. Dále pak panu učiteli Mgr. Jaroslavu Bartoškovi, který ve mně probudil zájem o matematiku. A v neposlední řadě i моým rodičům, kteří mě v mé snaze stát se učitelem podporují.

Anotace

Tato bakalářská práce s názvem Sbíрка příkladů z matematiky pro 8. ročník základní školy je tvořena příklady zadanými jak číselně, tak i slovně, které jsou zaměřeny právě na látku 8. ročníku základní školy a měly by sloužit k jejímu procvičování. Obsah práce je členěn do devíti kapitol, které jsou dále rozděleny na jednotlivé podkapitoly. Na závěr každé kapitoly jsou zařazeny výsledky a řešení příkladů dané kapitoly.

Abstract

This bachelor thesis named A Collection of Mathematical Problems for the 8th Grade of Basic School consists of numerical as well as word problems and it focuses on the topics covered in mathematics in the 8th grade of basic schools. The collection is meant to be used as a practice material. The content is divided into 9 chapters which are further divided into individual subchapters. At the end of each chapter, there are results and solutions for each chapter.

Obsah

Úvod	7
1 Druhá mocnina a druhá odmocnina	8
1.1 Druhá mocnina	8
1.2 Druhá odmocnina	12
1.3 Slovní úlohy	16
1.4 Výsledky a řešení:	19
2 Mocniny s přirozeným mocnitelem a třetí odmocnina	23
2.1 Třetí mocnina a odmocnina	23
2.2 Mocniny s přirozeným mocnitelem	26
2.3 Slovní úlohy	31
2.4 Výsledky a řešení:	33
3 Proměnné, výrazy a mnohočleny	37
3.1 Výrazy a proměnné	37
3.2 Mnohočleny	40
3.3 Slovní úlohy	48
3.4 Výsledky a řešení:	52
4 Rovnice	59
4.1 Lineární rovnice	59
4.2 Slovní úlohy	63
4.3 Výsledky a řešení:	71
5 Procenta	75
5.1 Procenta a promile	75
5.2 Slovní úlohy	78
5.3 Výsledky a řešení:	84
6 Statistika	87
6.1 Základy statistiky	87
6.2 Výsledky a řešení:	95

7	Pythagorova věta	98
7.1	Pythagorova věta	98
7.2	Výsledky	106
8	Kruh, kružnice, válec	108
8.1	Kruh a kružnice	108
8.2	Válec	117
8.3	Výsledky a řešení:	121
9	Konstrukční úlohy	126
9.1	Konstrukce a množiny bodů 1	126
9.2	Konstrukce a množiny bodů 2	130
9.3	Výsledky a řešení:	135
	Závěr	146
	Seznam použité literatury a další zdroje	147

Úvod

Pro dané téma, které jsem si vybral z nabízeného seznamu témat bakalářských prací, jsem se rozhodl především proto, že se zabývá didaktickým materiálem pro výuku na druhém stupni základní školy, kde bych chtěl jednou učit a kde bych tento materiál mohl prakticky využívat. Při práci s touto sbírkou příkladů se předpokládá, že žáci již mají dané učivo vyložené. Nemá sloužit přímo k výkladu, ale snažil jsem se ji uspořádat tak, aby výklad podporovala. Hlavním záměrem je poskytnout žákům dostatek příkladů k procvičování, které povedou k osvojování a upevňování znalostí, vědomostí a dovedností.

Matematika v osmé třídě základní školy je podle mého názoru velice náročná a to především vzhledem k algebrickým výrazům, rovnicím a konstrukčním úlohám, které se zde probírají. Tvorba této sbírky příkladů byla pro mě o to obtížnější z toho důvodu, že jsem doposud neměl žádné předměty didaktiky z matematiky, které se vyučují až v navazujícím magisterském studiu. Proto jsem se v ní snažil reflektovat postřehy a zkušenosti získané při doučování dvou žáků osmých tříd.

Obsah této sbírky je členěn do devíti kapitol, které jsou dále rozděleny na jednotlivé podkapitoly. Na závěr každé kapitoly jsou umístěny výsledky a řešení vstahující se k dané kapitole. Některé příklady jsou doplněny obrázky nebo tabulkami, aby sbírka byla více poutavá a příklady byly lépe pochopitelné. Při sestavování této sbírky jsem se nechal inspirovat řadou již existujících sbírek a materiálů, které jsou uvedeny v seznamu použité literatury a dalších zdrojů.

Kapitola 1

Druhá mocnina a druhá odmocnina

1.1 Druhá mocnina

Př. 1-1. Vypočítejte:

- a) 2^2 ; 4^2 ; 5^2 ; 8^2 ; 10^2 ; 12^2 ; 13^2 ; 14^2 ;
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(\frac{1}{5}\right)^2$; $\left(\frac{1}{7}\right)^2$; $\left(\frac{4}{6}\right)^2$; $\left(\frac{9}{8}\right)^2$; $\left(\frac{3}{10}\right)^2$; $\left(\frac{14}{12}\right)^2$;
c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(2\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(3\frac{2}{4}\right)^2$;

Př. 1-2. Vypočítejte, správnost výpočtu ověřte v tabulkách:

- a) 11^2 ; 17^2 ; 20^2 ; 33^2 ; 45^2 ; b) 51^2 ; 67^2 ; 94^2 ; 115^2 ; 444^2 ;

Př. 1-3. Z uvedených čísel vyberte taková, která nejsou druhou mocninou žádného přirozeného čísla od 1 do 20:

16 ; 36 ; 42 ; 53 ; 64 ; 75 ; 81 ; 92 ; 100 ; 112 ; 196 ; 279 ; 300 ;

Př. 1-4. Vypočítejte a sledujte, jak se v daném řádku liší jednotlivé výsledky:

- a) 0^2 ; b) 1^2 ; c) $(-1)^2$; d) -1^2 ;
e) 5^2 ; f) 50^2 ; g) 500^2 ; h) $5\,000^2$;
i) 3^2 ; j) $0,3^2$; k) $0,03^2$; l) $0,003^2$;
m) $10^2 \cdot 4^2$; n) $(10 \cdot 4)^2$; o) $0,6^2 \cdot 3^2$; p) $(0,6 \cdot 3)^2$;

Př. 1-5. Vypočítejte:

- a) 4^2 ; -4^2 ; $(-4)^2$; b) 6^2 ; -6^2 ; $(-6)^2$;
c) 11^2 ; -11^2 ; $(-11)^2$; d) 16^2 ; -16^2 ; $(-16)^2$;

Př. 1-6. Procvičujte:

- a) 3^2 ; $(-7)^2$; $(-9)^2$; b) -8^2 ; $(-1)^2$; 4^2 ;
c) 11^2 ; -13^2 ; $(-14)^2$; d) 18^2 ; $(-15)^2$; -12^2 ;
e) $-\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{1}{6}\right)^2$; f) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; $-\left(\frac{8}{9}\right)^2$; $\left(-\frac{11}{14}\right)^2$;
g) $\left(-\frac{2}{4}\right)^2$; $\left(\frac{5}{15}\right)^2$; $-\left(\frac{9}{3}\right)^2$; h) $\left(-\frac{12}{16}\right)^2$; $\left(\frac{10}{2}\right)^2$; $-\left(\frac{18}{12}\right)^2$;

Př. 1-7. Rozhodněte, zda platí následující rovnosti:

- a) $3^2 = -9$; $6^2 = 36$; $(-7)^2 = -49$; $(-11)^2 = 121$;
b) $-8^2 = 64$; $(-1)^2 = 1$; $(-13)^2 = -169$; $17^2 = -289$;
c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$; $-\left(\frac{2}{7}\right)^2 = -\frac{4}{49}$; $\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$; $-\left(\frac{17}{19}\right)^2 = \frac{289}{361}$;

Př. 1-8. Vypočítejte:

- a) $3 \cdot 5^2$; b) $-4 \cdot 2^2$; c) $(-6)^2 \cdot 2$; d) $-5^2 \cdot 7$;
e) $4 \cdot 0^2$; f) $-2 \cdot (-5)^2$; g) $(-7)^2 \cdot (-5)$; h) $1^2 \cdot (-9)$;
i) $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2$; j) $-\frac{6}{5} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2$; k) $\left(-\frac{7}{10}\right)^2 \cdot -\frac{15}{28}$; l) $\frac{8}{27} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2$;

Př. 1-9. Vypočítejte:

- a) 20^2 ; 50^2 ; 70^2 ; 90^2 ; b) 100^2 ; 300^2 ; 600^2 ; 800^2 ;
c) 110^2 ; 120^2 ; 140^2 ; 180^2 ; d) $1\,300^2$; $1\,500^2$; $9\,000^2$; $16\,000^2$;

Př. 1-10. Vypočítejte:

- a) $0,3^2$; $0,5^2$; $0,7^2$; $0,9^2$; b) $0,02^2$; $0,05^2$; $0,08^2$; $0,09^2$;
c) $0,10^2$; $0,12^2$; $0,13^2$; $0,15^2$; d) $0,17^2$; $0,19^2$; $0,20^2$; $0,22^2$;
e) $1,1^2$; $1,4^2$; $1,6^2$; $1,8^2$; f) $0,002^2$; $0,007^2$; $0,012^2$; $0,016^2$;

Př. 1-11. Vypočítejte:

- a) $5^2 \cdot 2^2$; b) $(5 \cdot 2)^2$; c) $11^2 \cdot 3^2$; d) $(11 \cdot 3)^2$;
e) $10^2 \cdot 13^2$; f) $(10 \cdot 13)^2$; g) $0,2^2 \cdot 5^2$; h) $(0,2 \cdot 5)^2$;
i) $0,2^2 \cdot 0,3^2$; j) $(0,2 \cdot 0,3)^2$; k) $0,17^2 \cdot 30^2$; l) $(0,17 \cdot 30)^2$;

Př. 1-12. Vyberte správný výsledek:

- a) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0,5^2$; $0,25^2$; $0,2^2$; b) $\left(-\frac{7}{2}\right)^2 = -3,5^2$; $4,6^2$; $3,5^2$;
c) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1,25^2$; $0,5^2$; $0,75^2$; d) $-\left(\frac{10}{2}\right)^2 = -0,5^2$; 4^2 ; -5^2 ;

Př. 1-13. Procvičujte:

- a) $20 \cdot 0,1^2$; b) $-9 \cdot 0,4^2$; c) $(-11)^2 \cdot 0,5$; d) $-0,9^2 \cdot 0,6$;
e) $0,2 \cdot (-0,5)^2$; f) $120 \cdot 0,05^2$; g) $(-0,16)^2 \cdot -50$; h) $0,01^2 \cdot (-140)$;

Př. 1-14. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

- a) $5 \square 5^2$; b) $-6^2 \square 6^2$; c) $(-9)^2 \square 9^2$;
d) $-16^2 \square (-16)^2$; e) $\frac{3}{5} \square \left(\frac{3}{5}\right)^2$; f) $\frac{5}{2} \square \left(\frac{5}{2}\right)^2$;
g) $\left(\frac{8}{7}\right)^2 \square \left(-\frac{8}{7}\right)^2$; h) $-\frac{1}{4} \square \left(\frac{1}{4}\right)^2$; i) $8 \square 2^2$;
j) $3^2 \square 2^2$; k) $4^2 \square (-4)^2$; l) $\frac{1}{4} \square \left(\frac{1}{4}\right)^2$;
m) $6 \square -6^2$; n) $0 \square (-1)^2$; o) $5^2 \square 25$;

Př. 1-15. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

- a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \square \left(\frac{2}{3}\right)^2$; b) $-\frac{1}{4} \square \left(\frac{1}{3}\right)^2$; c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \square \left(\frac{3}{2}\right)^2$;
d) $(-7)^2 \square -49$; e) $(-4)^2 \square 64$; f) $5^2 \square -6^2$;
g) $0,5 \square 0,7^2$; h) $0,6^2 \square 0,06^2$; i) $(-0,8)^2 \square 0,64$;
j) $-0,13 \square (-0,11)^2$; k) $0,12^2 \square 0,9^2$; l) $(-1,8)^2 \square (-1,6)^2$;
m) $-1,2 \square (-0,2)^2$; n) $0,09^2 \square 0,3^2$; o) $1,3^2 \square 1,3$;

Př. 1-16. Odhadněte hodnoty druhých mocnin a pak je vypočítejte. Kontrolu proveďte pomocí tabulek:

- a) 22^2 ; 39^2 ; 65^2 ; 91^2 ; b) 121^2 ; 247^2 ; 494^2 ; 633^2 ;
c) $3,1^2$; $7,2^2$; $13,8^2$; $31,4^2$; d) $0,25^2$; $2,04^2$; $5,34^2$; $7,95^2$;

Př. 1-17. Procvičujte, nejprve odhadněte, pak vypočítejte pomocí kalkulačky:

- a) $8\,194^2$; $4\,564^2$; $6\,909^2$; b) $0,825^2$; $0,747^2$; $0,981^2$;
c) $9,547^2$; $13,82^2$; $0,052^2$; d) $4,303^2$; $19,990^2$; $351,1^2$;

Př. 1-18. Vypočítejte:

- a) $(-3)^2 - 2^2 + (-5)^2 - (-4)^2$; b) $(-4)^2 \cdot 3^2 - (-5)^2 \cdot (-2)^2$;
c) $(9^2 - 8^2) - (7^2 - 6^2)$; d) $(16^2 - 11^2) - (5^2 + 6^2)$;
e) $10^2 - 8^2 - 7^2 + 5^2 + 4^2$; f) $20^2 - 18^2 - 11^2 + 13^2 - 6^2$;
g) $2 \cdot (2^2 - 4^2) + 2 \cdot (7^2 - 6^2 - 3^2)$; h) $3 \cdot (9^2 - 2^2) - 2 \cdot (5^2 - 1^2)$;
i) $[13^2 - 8^2 - 10^2]^2$; j) $[15^2 + (12^2 - 280) - 4 \cdot 5^2]^2$;
k) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(-\frac{7}{4}\right)^2 + \left(-\frac{5}{4}\right)^2$; l) $\left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{10}{7}\right)^2$;
m) $(-0,9)^2 + (0,6)^2 - (-1,1)^2$; n) $\left(\frac{19}{13}\right)^2 - \left(\frac{19}{13}\right)^2 - \left(-\frac{19}{13}\right)^2$;

Př. 1-19. Procvičujte:

- a) $(8 - 6)^2$; b) $(16 - 19)^2$;
c) $(12^2 - 11^2 - 4)^2$; d) $9^2 - (10^2 - 5^2)$;
e) $12^2 - (6^2 + 4^2 \cdot 3)$; f) $(5^2 - 4^2 \cdot 2)^2$;
g) $[(21 + 7^2) - 8^2]^2 + 6$; h) $2 \cdot [(42 - 4^2) \cdot 8 - 5 \cdot 6^2]$;
i) $20^2 - 3 \cdot [11^2 - (70 - 8^2)]$; j) $\frac{8^2 - 6^2}{4^2 - 12}$;
k) $\frac{15^2 - 14^2 - (-2)^2}{15^2 - 10^2}$; l) $\frac{(20 - 4)^2 - (-8)^2 + 8}{11^2 + 9^2 - 2}$;
m) $\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{4}\right)^2$; n) $\left[\left(\frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2\right]^2$;

$$\begin{array}{ll} \text{o)} \quad \frac{8^2 - 3^2 \cdot 4^2 + 10^2}{15^2 - 14^2 + 1} ; & \text{p)} \quad 1,9^2 - 1,7^2 - 0,8^2 ; \\ \text{q)} \quad \frac{3 \cdot 4^2 - (-6)^2 + 4 - 6 \cdot 2^2}{4 \cdot [9^2 - 8^2 - (-4)^2]} ; & \text{r)} \quad \frac{19^2 - (-9)^2 + (-5)^2 - 5 \cdot 1^2}{7^2 + 17^2 - 15^2 + 23 - (-6)^2} ; \end{array}$$

Př. 1-20. Uspořádejte čísla od nejmenšího až po největší:

$$1^2 ; \quad 1,4^2 ; \quad (-20)^2 ; \quad -2^2 ; \quad (-17)^2 ; \quad 0,15^2 ; \quad -12^2 ; \quad (-11)^2 ; \quad -0,8^2 ;$$

1.2 Druhá odmocnina

Př. 1-21. Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \sqrt{25} ; \quad \sqrt{9} ; \quad \sqrt{81} ; \quad \sqrt{1} ; & \text{b)} \quad \sqrt{49} ; \quad \sqrt{4} ; \quad \sqrt{16} ; \quad \sqrt{36} ; \\ \text{c)} \quad \sqrt{196} ; \quad \sqrt{64} ; \quad \sqrt{100} ; \quad \sqrt{324} ; & \text{d)} \quad \sqrt{121} ; \quad \sqrt{256} ; \quad \sqrt{169} ; \quad \sqrt{289} ; \\ \text{e)} \quad \sqrt{144} ; \quad \sqrt{361} ; \quad \sqrt{225} ; \quad \sqrt{400} ; & \end{array}$$

Př. 1-22. Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \sqrt{\frac{1}{36}} ; \quad \sqrt{\frac{1}{4}} ; \quad \sqrt{\frac{1}{64}} ; \quad \sqrt{\frac{1}{25}} ; & \text{b)} \quad \sqrt{\frac{1}{144}} ; \quad \sqrt{\frac{1}{256}} ; \quad \sqrt{\frac{1}{361}} ; \\ \text{c)} \quad \sqrt{\frac{25}{16}} ; \quad \sqrt{\frac{36}{49}} ; \quad \sqrt{\frac{64}{81}} ; \quad \sqrt{\frac{361}{100}} ; & \text{d)} \quad \sqrt{\frac{400}{121}} ; \quad \sqrt{\frac{169}{324}} ; \quad \sqrt{\frac{81}{196}} ; \\ \text{e)} \quad \sqrt{\frac{64}{25}} ; \quad \sqrt{\frac{121}{36}} ; \quad \sqrt{\frac{256}{289}} ; \quad \sqrt{\frac{0}{196}} ; & \text{f)} \quad \sqrt{\frac{49}{324}} ; \quad \sqrt{\frac{16}{225}} ; \quad \sqrt{\frac{81}{169}} ; \end{array}$$

Př. 1-23. Z následujících řad čísel vyberte čtvercová čísla:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad 1 ; \quad 6 ; \quad 9 ; \quad 12 ; \quad 24 ; \quad 25 ; \quad 34 ; \quad 36 ; \quad 44 ; \quad 56 ; \\ \text{b)} \quad 58 ; \quad 64 ; \quad 69 ; \quad 75 ; \quad 81 ; \quad 112 ; \quad 121 ; \quad 138 ; \quad 144 ; \quad 145 ; \\ \text{c)} \quad 160 ; \quad 169 ; \quad 183 ; \quad 196 ; \quad 217 ; \quad 221 ; \quad 225 ; \quad 241 ; \quad 256 ; \quad 273 ; \\ \text{d)} \quad 289 ; \quad 299 ; \quad 315 ; \quad 322 ; \quad 324 ; \quad 354 ; \quad 361 ; \quad 376 ; \quad 393 ; \quad 400 ; \end{array}$$

Př. 1-24. Vypočítejte a sledujte, jak se v daném řádku liší jednotlivé výsledky:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \sqrt{0} ; & \text{b)} \quad \sqrt{1} ; & \text{c)} \quad \sqrt{-1} ; & \text{d)} \quad -\sqrt{1} ; \\ \text{e)} \quad \sqrt{16} ; & \text{f)} \quad \sqrt{1600} ; & \text{g)} \quad \sqrt{160000} ; & \text{h)} \quad \sqrt{16000000} ; \end{array}$$

- i) $\sqrt{49}$; j) $\sqrt{0,49}$; k) $\sqrt{0,0049}$; l) $\sqrt{0,000049}$;
 m) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$; n) $\sqrt{9 \cdot 4}$; o) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{324}$; p) $\sqrt{25 \cdot 324}$;
 q) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$; r) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; s) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{225}}$; t) $\sqrt{\frac{144}{225}}$;

Př. 1-25. Vypočítejte:

- a) $\sqrt{1\,600}$; $\sqrt{4\,900}$; $\sqrt{1\,210\,000}$; $\sqrt{1\,960\,000}$; $\sqrt{289\,000\,000}$;
 b) $\sqrt{900}$; $\sqrt{3\,600}$; $\sqrt{1\,440\,000}$; $\sqrt{1\,690\,000}$; $\sqrt{256\,000\,000}$;
 c) $\sqrt{2\,500}$; $\sqrt{6\,400}$; $\sqrt{810\,000}$; $\sqrt{2\,250\,000}$; $\sqrt{16\,000\,000}$;

Př. 1-26. Vypočítejte:

- a) $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0,09}$; $\sqrt{0,0064}$; $\sqrt{0,0324}$; $\sqrt{0,000256}$; $\sqrt{0,000196}$;
 b) $\sqrt{0,81}$; $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{0,0361}$; $\sqrt{0,0025}$; $\sqrt{0,000169}$; $\sqrt{0,000225}$;

Nadále uvažujte po odmocnění čísla pouze jeho kladnou hodnotu.

Př. 1-27. Vypočítejte:

- a) $\sqrt{-4}$; $-\sqrt{25}$; $\sqrt{49}$; b) $-\sqrt{100}$; $\sqrt{196}$; $\sqrt{-289}$;
 c) $\sqrt{0}$; $\sqrt{-9}$; $-\sqrt{36}$; d) $\sqrt{-81}$; $\sqrt{-144}$; $\sqrt{256}$;
 e) $\sqrt{-1}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{-64}$; f) $-\sqrt{121}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{-361}$;

Př. 1-28. Vypočítejte a sledujte, jak se v daném řádku liší jednotlivé výsledky:

- a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9}$; b) $\sqrt{16 \cdot 9}$; c) $\sqrt{100} \cdot \sqrt{81}$; d) $\sqrt{100 \cdot 81}$;
 e) $\sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,25}$; f) $\sqrt{0,36 \cdot 0,25}$; g) $\sqrt{1,44} \cdot \sqrt{1}$; h) $\sqrt{1,44 \cdot 1}$;
 i) $\sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{\frac{100}{9}}$; j) $\sqrt{\frac{1}{25} \cdot \frac{100}{9}}$; k) $\sqrt{\frac{225}{16}} \cdot \sqrt{256}$; l) $\sqrt{\frac{225}{16} \cdot 256}$;

Př. 1-29. Vypočítejte:

- a) $\sqrt{6^2}$; $\sqrt{17^2}$; $\sqrt{0,8^2}$; $\sqrt{0,15^2}$; $\sqrt{(-19)^2}$; $\sqrt{76^2}$;
 b) $(\sqrt{6})^2$; $(\sqrt{17})^2$; $(\sqrt{0,8})^2$; $(\sqrt{0,15})^2$; $(\sqrt{-19})^2$; $(\sqrt{76})^2$;

Př. 1-30. Vypočítejte:

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{16}$; b) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{64}$; c) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{144}$; d) $\sqrt{256} \cdot \sqrt{256}$;

Př. 1-31. Vypočítejte:

a) $\sqrt{36} \cdot 5$; b) $\sqrt{144} \cdot 7$; c) $4 \cdot \sqrt{81}$; d) $9 \cdot \sqrt{289}$;
e) $13 \cdot \sqrt{100}$; f) $15 \cdot \sqrt{225}$; g) $\sqrt{49} \cdot 80$; h) $\sqrt{1} \cdot 78$;
i) $\sqrt{256} \cdot \frac{1}{4}$; j) $\sqrt{64} \cdot \frac{3}{4}$; k) $\frac{4}{25} \cdot \sqrt{25}$; l) $\frac{7}{4} \cdot \sqrt{400}$;
m) $\sqrt{0,16} \cdot 9$; n) $\sqrt{1,21} \cdot 11$; o) $0,4 \cdot \sqrt{0,0196}$; p) $0 \cdot \sqrt{0,000361}$;

Př. 1-32. Procvičujte:

a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$; b) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{361}$; c) $\sqrt{324} \cdot \sqrt{0}$; d) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{289}$;
e) $\sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{\frac{1}{121}}$; f) $\sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{\frac{100}{289}}$; g) $\sqrt{\frac{49}{36}} \cdot \sqrt{\frac{324}{25}}$; h) $\sqrt{\frac{81}{196}} \cdot \sqrt{4}$;
i) $\sqrt{0,16} \cdot \sqrt{9}$; j) $\sqrt{2,25} \cdot \sqrt{4}$; k) $\sqrt{2,89} \cdot \sqrt{0,16}$; l) $\sqrt{3,61} \cdot \sqrt{1}$;

Př. 1-33. Vypočítejte:

a) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{1} \cdot \sqrt{361}$; b) $\sqrt{169} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{225}$; c) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{196} \cdot \sqrt{100}$;
d) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{256}$; e) $\sqrt{324} \cdot \sqrt{0} \cdot \sqrt{36}$; f) $\sqrt{81} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{121}$;
g) $\sqrt{0,16} \cdot \sqrt{400} \cdot \sqrt{2,89}$; h) $\sqrt{\frac{1}{36}} \cdot \sqrt{\frac{144}{225}} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}}$; i) $\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{400}$;

Př. 1-34. Vypočítejte:

a) $\sqrt{4+12}$; b) $\sqrt{33-8}$; c) $\sqrt{263+26}$; d) $\sqrt{170-26}$;
e) $\sqrt{25} + \sqrt{81}$; f) $\sqrt{256} - \sqrt{196}$; g) $\sqrt{169} - \sqrt{225}$; h) $\sqrt{361} + \sqrt{1}$;
i) $\sqrt{(4+9)^2}$; j) $\sqrt{(98-54)^2}$; k) $\sqrt{17 \cdot 17}$; l) $\sqrt{20 \cdot 20}$;
m) $\frac{50 - \sqrt{225}}{\sqrt{49}}$; n) $\frac{\sqrt{64} \cdot \sqrt{36}}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{256}}$; o) $\frac{6 + \sqrt{9}}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{9}}$; p) $\frac{\sqrt{64} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt{4+6}}$;

Př. 1-35. Vypočítejte:

a) $\sqrt{5 \cdot \sqrt{18 + \sqrt{49}}}$; b) $\sqrt{40 - \sqrt{5 + 3^2 + 2}}$; c) $\sqrt{\sqrt{121} + \sqrt{3^2 + 4^2}}$;

$$\text{d) } \frac{11}{3^2} + \frac{13^2}{\sqrt{81}} + \sqrt{36}; \quad \text{e) } \sqrt{\frac{1^2}{12} + \frac{\sqrt{225}}{12^2} + \frac{37}{144}}; \quad \text{f) } \sqrt{\frac{25}{36}} - \sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{\frac{121}{9}};$$

Př. 1-36. Procvičujte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{4 \cdot 7 + 36}; & \text{b) } \sqrt{11 \cdot 8 - 7}; & \text{c) } \sqrt{443 - 27 \cdot 5 + 16}; \\ \text{d) } \sqrt{3^2 + 5^2 + 15}; & \text{e) } \sqrt{4^2 \cdot 1^2 + 65}; & \text{f) } \sqrt{144} + \sqrt{225} - \sqrt{324}; \\ \text{g) } \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}; & \text{h) } \sqrt{121} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{9}; & \text{i) } \sqrt{324} - \sqrt{16} \cdot \sqrt{25}; \\ \text{j) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}; & \text{k) } \sqrt{216} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{2}; & \text{l) } \sqrt{400} - \sqrt{256} + \sqrt{20^2 - 16^2}; \end{array}$$

Př. 1-37. Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{196} + \sqrt{64}; & \text{b) } \frac{\sqrt{225} - \sqrt{144}}{\sqrt{169} - \sqrt{100}}; \\ \text{c) } \frac{\sqrt{(9 - 4 + 6 - 5)^2}}{\sqrt{121} - \sqrt{64}}; & \text{d) } \frac{\sqrt{259 - 34} - \sqrt{114 + 55}}{3 \cdot \sqrt{81 - 72}}; \\ \text{e) } \frac{\sqrt{70 - 3 \cdot (2 + 5 \cdot 20)}}{\sqrt{64} - \sqrt{49} - \sqrt{1}}; & \text{f) } \frac{\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{144 + 52}}{1 + \sqrt{1} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{25}}; \\ \text{g) } \sqrt{\sqrt{81}}; & \text{h) } \sqrt{\sqrt{1} + \sqrt{16} + 5 \cdot 2^2}; \\ \text{i) } \sqrt{24} \cdot \sqrt{6}; & \text{j) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{15}; \\ \text{k) } \sqrt{9 \cdot 121 \cdot 36}; & \text{l) } \sqrt{1 \cdot 4 \cdot 49 \cdot 64}; \end{array}$$

Př. 1-38. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{16} \square 5; & \text{b) } \sqrt{0,36} \square 0,06; & \text{c) } \sqrt{361} \square 18; & \text{d) } \sqrt{2,89} \square 0,17; \\ \text{e) } \sqrt{4} \square 3; & \text{f) } \sqrt{0,0121} \square 0,11; & \text{g) } \sqrt{196} \square 15; & \text{h) } \sqrt{0,64} \square 0,08; \\ \text{i) } \sqrt{\frac{25}{64}} \square \frac{5}{9}; & \text{j) } \sqrt{\frac{144}{225}} \square \frac{15}{12}; & \text{k) } \sqrt{\frac{324}{169}} \square \frac{18}{19}; & \text{l) } \sqrt{\frac{256}{16}} \square 8; \end{array}$$

Př. 1-39. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{16} \square \sqrt{25}; & \text{b) } \sqrt{256} \square \sqrt{225}; & \text{c) } \sqrt{0,36} \square \sqrt{0,49}; \\ \text{d) } \sqrt{0,64} \square \sqrt{1,21}; & \text{e) } \sqrt{8100} \square \sqrt{400}; & \text{f) } \sqrt{16900} \square \sqrt{196}; \\ \text{g) } \sqrt{\frac{1}{324}} \square \sqrt{\frac{1}{361}}; & \text{h) } \sqrt{\frac{289}{144}} \square \sqrt{\frac{9}{4}}; & \text{i) } \sqrt{\frac{225}{64}} \square \sqrt{\frac{25}{4}}; \end{array}$$

Př. 1-40. Bez počítání doplňte místo čtverečku správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

- a) $\sqrt{5} \square \sqrt{2}$; b) $\sqrt{86} \square \sqrt{92}$; c) $\sqrt{0,6} \square \sqrt{0,8}$;
d) $\sqrt{0,4} \square \sqrt{0,39}$; e) $\sqrt{0,7} \square \sqrt{0,07}$; f) $\sqrt{80} \square 9$;
g) $\sqrt{1,1} \square \sqrt{0,8}$; h) $\sqrt{2,4} \square \sqrt{1,53}$; i) $\sqrt{0,458} \square \sqrt{0,369}$;
j) $\sqrt{1,42} \square \sqrt{0,99}$; k) $\sqrt{0,91} \square \sqrt{0,19}$; l) $\sqrt{47} \square 7$;
m) $\sqrt{5,78} \square \sqrt{12,3}$; n) $\sqrt{\frac{5}{8}} \square \sqrt{\frac{6}{7}}$; o) $\sqrt{\frac{19}{20}} \square \sqrt{\frac{5}{4}}$;

Př. 1-41. Odhadněte a pak vypočítejte pomocí tabulek:

- a) $\sqrt{7}$; $\sqrt{26}$; $\sqrt{336}$; $\sqrt{6,1}$; $\sqrt{0,35}$; $\sqrt{8\,763}$; $\sqrt{0,052}$; $\sqrt{0,009\,4}$;
b) $\sqrt{3}$; $\sqrt{55}$; $\sqrt{800}$; $\sqrt{14,9}$; $\sqrt{8,34}$; $\sqrt{36\,976}$; $\sqrt{2,147}$; $\sqrt{0,003\,3}$;

Př. 1-42. Odhadněte a pak vypočítejte pomocí kalkulačky, zaokrouhlete na dvě desetinná místa:

- a) $\sqrt{672}$; $\sqrt{97\,785}$; $\sqrt{0,0129}$; $\sqrt{5,123\,4}$; $\sqrt{40,351}$; $\sqrt{8\,763,105}$;
b) $\sqrt{936}$; $\sqrt{41\,394}$; $\sqrt{0,3408}$; $\sqrt{7,174\,1}$; $\sqrt{73,314}$; $\sqrt{3\,978,232}$;

Př. 1-43. Částečně odmocněte:

$$\text{vzor } \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

- a) $\sqrt{12}$; b) $\sqrt{18}$; c) $\sqrt{75}$; d) $\sqrt{72}$; e) $\sqrt{147}$; f) $\sqrt{162}$;

1.3 Slovní úlohy

Př. 1-44. Máme dva čtverce o stranách 6 cm a 12 cm, jaké jsou jejich obsahy? V jakém poměru jsou tyto obsahy? O kolik cm^2 má druhý čtverec větší obsah než první?

Př. 1-45. Čtvercový pozemek má výměru 16 arů. Jaký má tento pozemek obvod?

Př. 1-46. Máme rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník, který má délku odvěsen 12 cm. Jaký je jeho obsah?

Př. 1-47. Kolik čtverců o straně 3 cm se maximálně vejde na čtvercovou podložku o straně 0,12 m v případě, že se nebudou překrývat? Jaký je obsah čtvercové podložky?

Př. 1-48. Máme čtverec o straně 7 cm. Kolikrát se zvětší jeho obsah, zvětšíme-li jeho stranu dvakrát? Je pro vyřešení této úlohy nutné znát stranu čtverce?

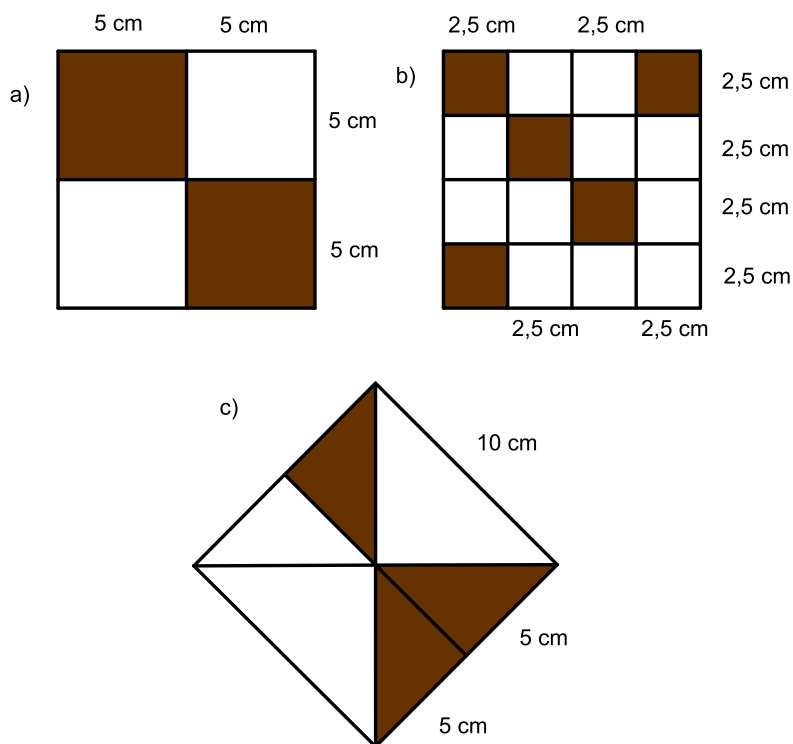
Př. 1-49. Kolikrát se zvětší délka strany čtverce o obsahu 4 cm^2 , zvětšíme-li jeho obsah a) 25krát, b) 100krát? Je pro vyřešení této úlohy nutné znát obsah čtverce?

Př. 1-50. Máme čtvercový pozemek o straně 19 m, obsah tohoto pozemku zmenšíme o 136 m^2 tak, abychom opět získali čtvercový pozemek. Jaký bude jeho obvod?

Př. 1-51. Podlaha v pokoji má tvar čtverce o straně 777 cm. Kolik m^2 lina bude zapotřebí koupit na tuto podlahu, pokud se lino prodává po celých m^2 ? Kolik m^2 zbyde po pokrytí podlahy?

Př. 1-52. Šachovnice má 64 políček. Jedno políčko má délku strany 2 cm. Jaký je obsah celé šachovnice? Kolik je bílých políček?

Př. 1-53. Vypočítejte obsah hnědých částí u jednotlivých čtverců na obrázku 1.1. V případě a) a b) jsou hnědé obrazce čtverce a v případě c) rovnoramenné pravoúhlé trojúhelníky.



Obr. 1.1 Obrazce s hnědými částmi

Př. 1-54. Pan Sova měl čtvercový pozemek o výměře 3600 m^2 . Vyměnil ho však za jiný čtvercový pozemek, který měl stranu o 5 m větší. O kolik m^2 má teď větší pozemek?

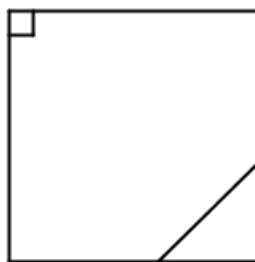
Př. 1-55. Z jednoho hektaru se sklídí průměrně 6 tun obilí. Jak dlouhou stranu musí mít čtvercová část pole, aby z ní byl výnos 540 kg?

Př. 1-56. Pruh modrého papíru lze považovat za čtyři za sebou umístěné čtverce, obrázek 1.2. Tento pruh má obsah 324 cm^2 . Jaké jsou rozměry tohoto pruhu papíru?



Obr. 1.2 Pruh papíru

Př. 1-57. Jaký je obsah zbylé části čtvercového koberce o straně 20 m po odříznutí čtverce o straně 20 dm v jednom jeho rohu a rovnoramenného trojúhelníku s délkou odvěsen 800 cm v protějším rohu? Situace je vyobrazena na obrázku 1.3.



Obr. 1.3 Koberec

Př. 1-58. Kružnici o poloměru 6 cm je opsán čtverec. Vypočítejte jeho obsah a obvod.

Př. 1-59. Při rekonstrukci dvorku bylo zapotřebí vyměnit třetinu čtvercových dlaždic o straně 20 cm. Jedna dlaždice stojí 25 Kč. Jaký obsah v m^2 má dvorek, jestliže jsme za dlaždice zakoupené při rekonstrukci zaplatili 6750 Kč?

Př. 1-60. Kružnici o poloměru 6 cm je vepsán čtverec. Vypočítejte jeho obsah a obvod.

Př. 1-61. Zahrada má tvar čtverce o straně 130 dm. Na osetí 6 m^2 je potřeba 100 g semen. Semena se prodávají v sáčcích po 2 kg za 70 Kč. Kolik zaplatíme za semena na osetí celé zahrady?

Př. 1-62. Jaký je povrch v m² krychle o hraně 17 dm?

Př. 1-63. Jaký je povrch krychle, která má obvod podstavy 20 cm?

Př. 1-64. Jaká je délka hrany krychle, která má povrch 726 m²?

Př. 1-65. Jakou délku má hrana krychle v metrech, jejíž povrch je 4krát menší než povrch krychle o hraně 16 cm?

Př. 1-66. Jaký je objem hranolu, který má za podstavu čtverec o straně 4 dm a výšku 1,5krát delší než délku podstavné hrany?

Př. 1-67. Skladovou místnost tvaru krychle o hraně 5 m je zapotřebí vymalovat. Jedna nádoba s barvou má hmotnost 5 kg a stojí 760 Kč. Jedním kg barvy se natře 130 dm². Kolik zaplatíme za barvu? Na kolik celých m² by stačil zbytek barvy?

Př. 1-68. Máme první krychli, u které když sečteme povrch čtyř stěn, dostaneme hodnotu 900 cm². Dále máme druhou krychli, jejíž povrch se rovná $\frac{4}{100}$ povrchu první krychle. Jaké jsou délky hran obou krychlí?

Př. 1-69. Pokud druhou odmocninu z nějakého přirozeného čísla vynásobíme číslem 7, získáme toto číslo. O jaké číslo se jedná?

Př. 1-70. Pokud druhou odmocninu z nějakého přirozeného čísla vynásobíme číslem 27, získáme druhou mocninu tohoto čísla. O jaké číslo se jedná?

1.4 Výsledky a řešení:

1-1 a) 4; 16; 25; 64; 100; 144; 169; 196; b) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{49}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{81}{64}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{49}{36}$;
c) $\frac{9}{4}$; $\frac{121}{16}$; $\frac{25}{9}$; $\frac{49}{4}$;

1-2 a) 121; 289; 400; 1 089; 2 025; b) 2 601; 4 489; 8 836; 13 225; 197 136;

1-3 čísla 42; 53; 75; 92; 112; 279; 300;

1-4 a) 0; b) 1; c) 1; d) -1; e) 25; f) 2 500; g) 250 000; h) 25 000 000; i) 9; j) 0,09;
k) 0,000 9; l) 0,000 009; m) 1 600; n) 1 600; o) 3,24; p) 3,24;

1-5 a) 16; -16; 16; b) 36; -36; 36; c) 121; -121; 121; d) 256; -256; 256;

1-6 a) 9; 49; 81; b) -64; 1; 16; c) 121; -169; 196; d) 324; 225; -144; e) $-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{36}$;
f) $\frac{25}{36}$; $-\frac{64}{81}$; $\frac{121}{196}$; g) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{9}$; -9; h) $\frac{9}{16}$; 25; $-\frac{9}{4}$;

1-7 a) ne; ano; ne; ano; b) ne; ano; ne; ne; b) ne; ano; ano; ne;

1-8 a) 75; b) -16; c) 72; d) -175; e) 0; f) -50; g) -245; h) -9; i) $\frac{9}{8}$; j) $-\frac{15}{2}$; k) $-\frac{21}{80}$;
l) $\frac{3}{2}$;

1-9 a) 400; 2 500; 4 900; 8 100; b) 10 000; 90 000; 360 000; 640 000; c) 12 100; 14 400;

- 19 600; 32 400; d) 1 690 000; 2 250 000; 81 000 000; 256 000 000;
- 1-10** a) 0,09; 0,25; 0,49; 0,81; b) 0,000 4; 0,002 5; 0,006 4; 0,008 1; c) 0,01; 0,014 4; 0,016 9; 0,022 5; d) 0,028 9; 0,036 1; 0,04; 0,048 4; e) 1,21; 1,96; 2,56; 3, 24; f) 0,000 004; 0,000 049; 0,000 144; 0,000 256;
- 1-11** a) 100; b) 100; c) 1 089; d) 1 089; e) 16 900; f) 16 900; g) 1; h) 1; i) 0,003 6; j) 0,003 6; k) 26,01; l) 26,01;
- 1-12** a) $0,25^2$; b) $3,5^2$; c) $0,75^2$; d) -5^2 ;
- 1-13** a) 0,2; b) -144 ; c) 60,5; d) $-0,486$; e) 0,05; f) 0,3; g) $-1,28$; h) $-0,014$;
- 1-14** a) menší; b) menší; c) rovno; d) menší; e) větší; f) menší; g) rovno; h) menší; i) větší; j) větší; k) rovno; l) větší; m) větší; n) menší; o) rovno; p) větší;
- 1-15** a) menší; b) menší; c) menší; d) větší; e) menší; f) větší; g) větší; h) větší; i) rovno; j) menší; k) menší; l) větší; m) menší; n) menší; o) větší;
- 1-16** a) 484; 1 521; 4 225; 8 281; b) 14 641; 61 009; 244 036; 400 689; c) 9,61; 51,84; 190,44; 985,96; d) 0,062 5; 4,161 6; 28,515 6; 63,202 5;
- 1-17** a) 67 141 636; 20 830 096; 47 734 281; b) 0,680 625; 0,558 009; 0,962 361; c) 91,145 209; 190,992 4; 0,002 704; d) 18,515 809; 399,600 1; 123 271,21;
- 1-18** a) 14; b) 44; c) 4; d) 74; e) 28; f) 88; g) -16 ; h) 183; i) 25; j) 121; k) $-\frac{15}{16}$; l) 16; m) $-0,04$; n) $\frac{361}{169}$;
- 1-19** a) 4; b) 9; c) 361; d) 6; e) 60; f) 49; g) 42; h) 56; i) 55; j) 7; k) $\frac{1}{5}$; l) 1; m) $\frac{1}{144}$; n) $\frac{49}{256}$; o) $\frac{2}{3}$; p) 0,08; q) -2 ; r) 3;
- 1-20** -12^2 ; -2^2 ; $-0,8^2$; $0,15^2$; 1^2 ; $1,4^2$; $(-11)^2$; $(-17)^2$; $(-20)^2$;
- 1-21** a) ± 5 ; ± 3 ; ± 9 ; ± 1 ; b) ± 7 ; ± 2 ; ± 4 ; ± 6 ; c) ± 14 ; ± 8 ; ± 10 ; ± 18 ; d) ± 11 ; ± 16 ; ± 13 ; ± 17 ; e) ± 12 ; ± 19 ; ± 15 ; ± 20 ;
- 1-22** a) $\pm \frac{1}{6}$; $\pm \frac{1}{2}$; $\pm \frac{1}{8}$; $\pm \frac{1}{5}$; b) $\pm \frac{1}{12}$; $\pm \frac{1}{16}$; $\pm \frac{1}{19}$; c) $\pm \frac{5}{4}$; $\pm \frac{6}{7}$; $\pm \frac{8}{9}$; $\pm \frac{19}{10}$; d) $\pm \frac{20}{11}$; $\pm \frac{13}{18}$; $\pm \frac{9}{14}$; e) $\pm \frac{8}{5}$; $\pm \frac{11}{6}$; $\pm \frac{16}{17}$; 0; f) $\pm \frac{7}{18}$; $\pm \frac{4}{15}$; $\pm \frac{9}{13}$;
- 1-23** a) 1; 9; 25; 36; b) 64; 81; 121; 144; c) 169; 196; 225; 256; d) 289; 324; 361; 400;
- 1-24** a) ± 0 ; b) ± 1 ; c) nelze; d) ± 1 ; e) ± 4 ; f) ± 40 ; g) ± 400 ; h) $\pm 4 000$; i) ± 7 ; j) $\pm 0,7$; k) $\pm 0,07$; l) $\pm 0,007$; m) ± 6 ; n) ± 6 ; o) ± 90 ; p) ± 90 ; q) $\pm \frac{3}{4}$; r) $\pm \frac{3}{4}$; s) $\pm \frac{12}{15}$; t) $\pm \frac{12}{15}$;
- 1-25** a) ± 40 ; ± 70 ; $\pm 1 100$; $\pm 1 400$; $\pm 17 000$; b) ± 30 ; ± 60 ; $\pm 1 200$; $\pm 1 300$; $\pm 16 000$; c) ± 50 ; ± 80 ; ± 900 ; $\pm 1 500$; $\pm 4 000$;
- 1-26** a) $\pm 0,6$; $\pm 0,3$; $\pm 0,08$; $\pm 0,18$; $\pm 0,018$; $\pm 0,014$; b) $\pm 0,9$; $\pm 1,1$; $\pm 0,19$; $\pm 0,05$; $\pm 0,013$; $\pm 0,015$;
- 1-27** a) nelze; -5 ; 7; b) -10 ; 14; nelze; c) 0; nelze; -6 ; d) nelze; nelze; 16; e) nelze; 4; nelze; f) -11 ; 13; nelze;
- 1-28** a) 12; b) 72; c) 90; d) 90; e) 0,3; f) 0,3; g) 1,2; h) 1,2; i) $\frac{2}{3}$; j) $\frac{2}{3}$; k) 60; l) 60;

- 1-29** a) 6; 17; 0,8; 0,15; 19; 76; b) 6; 17; 0,8; 0,15; nelze; 76;
- 1-30** a) 16; b) 64; c) 144; d) 256;
- 1-31** a) 30; b) 84; c) 36; d) 153; e) 130; f) 225; g) 560; h) 78; i) 4; j) 0,6; k) $\frac{9}{5}$; l) 35;
m) 3,6; n) 12,1; o) 0,056; p) 0;
- 1-32** a) 15; b) 38; c) 0; d) 136; e) $\frac{1}{55}$; f) $\frac{2}{17}$; g) $\frac{21}{5}$; h) $\frac{9}{7}$; i) 1,2; j) 3; k) 0,68; l) 1,9;
- 1-33** a) 133; b) 390; c) 420; d) 960; e) 0; f) 792; g) 13,6; h) $\frac{1}{6}$; i) 12;
- 1-34** a) 4; b) 5; c) 17; d) 12; e) 14; f) 2; g) -2; h) 19; i) 13; j) 44; k) 17; l) 20;
m) 5; n) 1; o) $\frac{2}{5}$; p) 4;
- 1-35** a) 5; b) 6; c) 4; d) 26; e) $\frac{2}{3}$; f) $-\frac{13}{3}$;
- 1-36** a) 8; b) 9; c) 18; d) 7; e) 9; f) 9; g) 16; h) 264; i) -1; j) 10; k) 12; l) 16;
- 1-37** a) 1; b) 1; c) 2; d) $\frac{2}{9}$; e) nelze; f) 1; g) 3; h) 5; i) 12; j) 15; i) 198; j) 112;
- 1-38** a) menší; b) větší; c) větší; d) větší; e) menší; f) rovno; g) menší; h) větší;
i) menší; j) menší; k) větší; l) menší;
- 1-39** a) menší; b) větší; c) menší; d) menší; e) větší; f) větší; g) větší; h) menší;
i) menší;
- 1-40** a) větší; b) menší; c) menší; d) větší; e) větší; f) menší; g) větší; h) větší;
i) větší; j) větší; k) větší; l) menší; m) menší; n) menší; o) menší;
- 1-41** a) 2,65; 5,1; 18,33; 2,45; 0,592; 93,8; 0,224; 0,097; b) 1,73; 7,42;
28,28; 3,87; 28,88; 192,4; 1,466; 0,0574;
- 1-42** a) 25,92; 312,71; 0,11; 2,26; 6,35; 93,61; b) 30,59; 203,46; 0,58; 2,68; 8,56; 63,07;
- 1-43** a) $2 \cdot \sqrt{3}$; b) $3 \cdot \sqrt{2}$; c) $5 \cdot \sqrt{3}$; d) $6 \cdot \sqrt{2}$; e) $7 \cdot \sqrt{3}$; f) $9 \cdot \sqrt{2}$;
- 1-44** 36 cm^2 ; 144 cm^2 ; poměr 1 : 4; o 108 cm^2 ;
- 1-45** 160 m;
- 1-46** 72 cm^2 ;
- 1-47** 16; 144 cm^2 ;
- 1-48** 4krát; ne;
- 1-49** a) 5krát; b) 10krát; ne;
- 1-50** 60 m;
- 1-51** 61 m^2 ; $0,6271 \text{ m}^2$;
- 1-52** 256 cm^2 ; 32;
- 1-53** a) 50 cm^2 ; b) 3125 cm^2 ; c) 375 cm^2 ; d) 375 cm^2 ;
- 1-54** o 625 m^2 ;
- 1-55** 30 m;
- 1-56** 9 cm a 36 cm;
- 1-57** 364 m^2 ;
- 1-58** 144 cm^2 ; 48 cm;

- 1-59** $32,4 \text{ m}^2$;
1-60 72 cm^2 ; 34 cm ;
1-61 140 Kč ;
1-62 $17,34 \text{ m}^2$;
1-63 150 cm^2 ;
1-64 11 m^2 ;
1-65 $0,08 \text{ m}$;
1-66 96 dm^3 ;
1-67 15 200 Kč ; 5 m^2
1-68 15 cm ; 3 cm ;
1-69 49 ;
1-70 9 ;

Kapitola 2

Mocniny s přirozeným mocnitelem a třetí odmocnina

2.1 Třetí mocnina a odmocnina

Př. 2-1. Vypočítejte:

a) $2 \cdot 2 \cdot 2$; b) $2 \cdot 2^2$; c) 2^3 ; d) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$; e) $(-2)^3$;

Př. 2-2. Vypočítejte:

a) 3^3 ; 5^3 ; $(-1)^3$; $(-10)^3$; $(-4)^3$; -6^3 ; -8^3 ;
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; $\left(\frac{10}{7}\right)^3$; $\left(-\frac{4}{6}\right)^3$; $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{7}{8}\right)^3$;
c) $\frac{1}{5^3}$; $\frac{7}{2^3}$; $\frac{4^3}{9}$; $\frac{5^3}{4}$; $\frac{7^3}{6^3}$; $\frac{(-3)^3}{2}$; $\frac{-9}{(-4)^3}$;

Př. 2-3. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

a) $3^3 \square 4^3$; b) $7^3 \square 6^3$; c) $5^2 \square 5^3$; d) $3^2 \square 9^3$;
e) $4^2 \square 2^3$; f) $9^2 \square 5^3$; g) $-8^3 \square 8^3$; h) $6^2 \square -6^3$;

Př. 2-4. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

a) $(-2)^3 \square (-2)^2$; b) $(-7)^2 \square 4^3$; c) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \square \left(\frac{1}{2}\right)^3$; d) $9^2 \square 3^3$;
e) $(-5)^2 \square (-5)^3$; f) $1^2 \square (-2)^3$; g) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \square \left(\frac{1}{7}\right)^2$; h) $1^2 \square 1^3$;

Př. 2-5. Vypočítejte:

- a) $4 + 2^3$; b) $-13 + 7^3$; c) $5^3 - 35$; d) $-3^3 - 3$;
e) $(4 + 2)^3$; f) $(-13 + 7)^3$; g) $(5 - 3)^3$; h) $(9 - 6)^3$;
i) $2^3 + 3^3$; j) $8^3 - 7^3$; k) $9^3 + (-9)^3$; l) $-2^3 - (-2)^3$;
m) $5^3 + 5^2$; n) $6^3 - 6^2$; o) $4^3 - 7^2$; p) $(-9)^2 - 4^3$;

Př. 2-6. Vypočítejte:

- a) $5 \cdot 2^3$; b) $-2 \cdot 4^3$; c) $(-6)^3 \cdot 2$; d) $-5^3 \cdot 7$; e) $-1^3 \cdot -9$;

Př. 2-7. Vypočítejte:

- a) $10^3 \cdot 2^3$; b) $(10 \cdot 2)^3$; c) $0,1^3 \cdot 5^3$; d) $(0,1 \cdot 5)^3$;
e) $100^3 \cdot 8^3$; f) $(100 \cdot 8)^3$; g) $0,01^3 \cdot 7^3$; h) $(0,01 \cdot 7)^3$;

Př. 2-8. Vypočítejte:

- a) 4^3 ; b) 40^3 ; c) 400^3 ; d) 3^3 ; e) $0,3^3$; f) $0,03^3$;
g) 9^3 ; h) 70^3 ; i) 500^3 ; j) 8^3 ; k) $0,6^3$; l) $0,04^3$;

Př. 2-9. Odhadněte hodnoty třetích mocnin a pak je vypočítejte pomocí tabulek:

- a) 18^3 ; 75^3 ; 412^3 ; $4,1^3$ $63,2^3$; b) $7,91^3$; $70,7^3$ $0,35^3$; $27,6^3$;

Př. 2-10. Odhadněte hodnoty třetích mocnin a pak je vypočítejte pomocí kalkulačky:

- a) 333^3 ; 901^3 $71,3^3$; $8,94^3$ b) $0,321^3$; $0,407^3$; $99,1^3$; $2,78^3$;

Př. 2-11. Vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{8}$; b) $\sqrt[3]{64}$; c) $\sqrt[3]{-27}$; d) $\sqrt[3]{1000}$; e) $\sqrt[3]{1}$;
f) $\sqrt[3]{343}$; g) $\sqrt[3]{-216}$; h) $\sqrt[3]{0}$; i) $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$; j) $\sqrt[3]{\frac{343}{8}}$;
k) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$; l) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$; m) $\frac{\sqrt[3]{216}}{8}$; n) $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$; o) $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{343}}$;

Př. 2-12. Vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{0,001}$; b) $\sqrt[3]{64 \cdot 0,001}$; c) $\sqrt[3]{1000} \cdot \sqrt[3]{27}$; d) $\sqrt[3]{1000 \cdot 27}$;
e) $\sqrt[3]{8000}$; f) $\sqrt[3]{-343000}$; g) $\sqrt[3]{125000000}$; h) $\sqrt[3]{216000000}$;
i) $\sqrt[3]{0,027}$; j) $\sqrt[3]{-0,216}$; k) $\sqrt[3]{0,000008}$; l) $\sqrt[3]{0,000343}$;

Př. 2-13. Vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{6^3}$; $\sqrt[3]{5^3}$; $\sqrt[3]{0,8^3}$; $\sqrt[3]{0,04^3}$; $\sqrt[3]{(-10)^3}$; $\sqrt[3]{7^3}$;
b) $(\sqrt[3]{3})^3$; $(\sqrt[3]{1})^3$; $(\sqrt[3]{0,9})^3$; $(\sqrt[3]{0,02})^3$; $(\sqrt[3]{-8})^3$; $(\sqrt[3]{20})^3$;

Př. 2-14. Vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8}$; b) $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{27}$; c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$;

Př. 2-15. Upravte a pak vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{4}$; b) $\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{120}$; c) $\sqrt[3]{3^2 + 3^2 + 3^2}$;

Př. 2-16. Odhadněte hodnoty třetích odmocnin a pak je vypočítejte pomocí tabulek:

- a) $\sqrt[3]{10}$; $\sqrt[3]{245}$; $\sqrt[3]{8\,600}$; $\sqrt[3]{34\,000}$; b) $\sqrt[3]{5,2}$; $\sqrt[3]{0,921}$; $\sqrt[3]{0,006\,22}$;

Př. 2-17. Odhadněte hodnoty třetích odmocnin a pak je vypočítejte pomocí kalkulačky, výsledky zaokrouhlete na dvě desetinná místa:

- a) $\sqrt[3]{1412}$; $\sqrt[3]{90\,709}$; $\sqrt[3]{434\,300}$; b) $\sqrt[3]{0,205\,1}$; $\sqrt[3]{2,934\,5}$; $\sqrt[3]{59,734}$;

Př. 2-18. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti. U druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) $\sqrt[3]{27} \square \sqrt[3]{64}$; b) $-\sqrt[3]{8} \square \sqrt[3]{-8}$; c) $\sqrt[3]{-125} \square \sqrt[3]{64}$;
d) $-\sqrt[3]{1} \square \sqrt[3]{-8}$; e) $\sqrt[3]{1000} \square \sqrt{144}$; f) $\sqrt{25} \square \sqrt[3]{-125}$;
g) $\sqrt[3]{1} \square \sqrt{1}$; h) $\sqrt[3]{\frac{343}{27}} \square \sqrt[3]{125}$; i) $-\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \square -\sqrt{\frac{4}{25}}$;
j) $\sqrt{5} \square \sqrt{5}$; k) $\sqrt{7} \square \sqrt[3]{7}$; l) $\sqrt{-11} \square -\sqrt{11}$;

Př. 2-19. Vypočítejte. U druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) $4 + \sqrt[3]{125}$; b) $13 - \sqrt[3]{216}$; c) $\sqrt[3]{27} - 35$; d) $-\sqrt[3]{343} - 3$;
e) $\sqrt[3]{27 - 19}$; f) $\sqrt[3]{30 + 34}$; g) $\sqrt[3]{999 + 1}$; h) $\sqrt[3]{-6 - 2}$;
i) $\sqrt[3]{216} + \sqrt[3]{27}$; j) $\sqrt[3]{343} - \sqrt[3]{8}$; k) $\sqrt{16} + \sqrt[3]{8}$; l) $-\sqrt[3]{64} - \sqrt{81}$;
m) $5 \cdot \sqrt[3]{1000}$; n) $-\sqrt[3]{64} \cdot (-2)$; o) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{-27}$; p) $\sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[3]{-1}$;

Př. 2-20. Vypočítejte. U druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$; b) $\sqrt[3]{\sqrt{16} \cdot \sqrt{256}}$; c) $\sqrt[3]{2^2 + 7 \cdot 2^3 + 2^2}$;
d) $\sqrt[3]{9 \cdot \sqrt[3]{27}}$; e) $\frac{\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{125}}$; f) $\frac{\sqrt[3]{0,343} - \sqrt[3]{0,001}}{\sqrt[3]{0,008}}$;

2.2 Mocniny s přirozeným mocnitelem

Př. 2-21. Zapište součiny jako mocniny s přirozeným mocnitelem:

- a) $3 \cdot 3 \cdot 3$; b) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; c) $5 \cdot 5$; d) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$;
e) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$; f) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; g) $1 \cdot 1$; h) $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8}$;
i) $14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14$;
j) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;

Př. 2-22. Vypočítejte:

- a) 2^5 ; b) $0,4^4$; c) $(-7)^3$; d) 3^8 ; e) $0,2^5$; f) $(-3)^6$; g) 50^4 ;

Př. 2-23. Místo čtverečku doplňte správné znaménko větší, menší nebo rovnosti:

- a) $2^3 \square 4^2$; b) $3^3 \square 5^2$; c) $(-3)^5 \square (-5)^2$; d) $(-10)^2 \square 2^{10}$;
e) $2^6 \square 5^2$; f) $1^5 \square 2^3$; g) $(-3)^4 \square (-9)^2$; h) $(-5)^4 \square 12^4$;
i) $18^3 \square 18^8$; j) $(-9)^8 \square (9)^8$; k) $(-7)^{10} \square (-7)^{13}$; l) $5^{10} \square (-5)^{11}$;
m) $1,1^2 \square 1,1^3$; n) $0,2^4 \square 0,2^5$; o) $1,2^2 \square 1,2^3$; p) $0,1^4 \square 0,01^2$;

Př. 2-24. Následující čísla zapište jako mocniny prvočísla:

- a) 32 ; b) 81 ; c) 49 ; d) 729 ; e) 121 ; f) 15625 ; g) 19683 ;

Př. 2-25. Následující čísla zapište jako součin mocnin prvočísel:

- a) 36 ; b) 392 ; c) 250 ; d) 484 ; e) 1800 ; f) 3900 ; g) 6750 ;

Př. 2-26. Vypočítejte a přečtěte:

- a) 10^3 ; b) 10^5 ; c) 10^6 ; d) 10^8 ; e) 10^9 ; f) 10^{12} ; g) 10^{14} ;

Př. 2-27. Zapište čísla jako mocniny deseti:

- a) 10 000 ; b) 10 000 000 ; c) 100 000 000 000 ; d) 1 000 000 000 000 ;

Př. 2-28. Upravte, nepočítejte:

- a) $2 \cdot 7^6 + 3 \cdot 7^6$; b) $4 \cdot 5^{13} - 8 \cdot 5^{13}$; c) $12 \cdot 11^3 - 9 \cdot 11^3$;
d) $5 \cdot 9^2 - 9^2$; e) $3 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^4 - 5 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^4$; f) $6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \left(\frac{2}{3}\right)^5$;
g) $7^{11} - 3 \cdot 7^{10}$; h) $5 \cdot (-2)^7 + 6 \cdot (-2)^7$; i) $3 \cdot 0,8^2 + 4 \cdot 0,8^2$;
j) $2 \cdot 3^7 + 11 \cdot 3^7 + 17 \cdot 3^7 + 3 \cdot 3^7 - 169 \cdot 3^7 + 50 \cdot 3^7 - 4 \cdot 3^7 + 100 \cdot 3^7$;

Př. 2-29. Vypočítejte:

- a) $8 \cdot 7^2 - 3 \cdot 7^2$; b) $8 \cdot 5^4 - 6 \cdot 5^4$;
c) $6 \cdot 2^6 + 10 \cdot 11^2 - 5 \cdot 2^6 - 8 \cdot 11^2$; d) $3 \cdot 5^3 - 7 \cdot 5^3 - 4 \cdot 3^4 + 6 \cdot 5^3$;
e) $12 \cdot 2^5 - 4 \cdot 2^6 + 3 \cdot 2^6 - 10 \cdot 2^5$; f) $19 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4^3 - 14 \cdot 4^2 - 4^4$;

Př. 2-30. Zapište jako jednu mocninu:

- a) $7^5 \cdot 7^3$; b) $(-5)^2 \cdot (-5)^4$; c) $0,6^9 \cdot 0,6^5$; d) $11^8 \cdot 11^7$;
e) $15^3 \cdot 15^6$; f) $\left(\frac{13}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{13}{4}\right)^4$; g) $3^5 \cdot 3^6 \cdot 3^7$; h) $14^8 \cdot 14 \cdot 14^2$;
i) $17^1 \cdot 17^2 \cdot 17^3 \cdot 17^4 \cdot 17^5 \cdot 17^6 \cdot 17^7 \cdot 17^8$;

Př. 2-31. Zapište jako jednu mocninu:

- a) $7^5 : 7^3$; b) $(-5)^6 : (-5)^3$; c) $0,6^9 : 0,6^5$; d) $11^8 : 11^7$;
e) $15^8 : 15$; f) $14^{20} : 14^{14}$; g) $3^{15} : 3^{11}$; h) $\left(\frac{13}{4}\right)^6 : \left(\frac{13}{4}\right)^4$;
i) $7,3^8 : 7,3^4$; j) $(-6)^3 : (-6)^3$; k) $3^{99} : 3^{88}$; l) $\left(\frac{12}{5}\right)^2 : \left(\frac{12}{5}\right)$;
m) $6^4 : 6^4$; n) $(-3)^2 : (-3)^2$; o) $\frac{13^5}{13^5}$; p) $\left(\frac{2}{5}\right)^9 : \left(\frac{2}{5}\right)^9$;
q) $\frac{5^9}{5^7}$; r) $\frac{13^6}{13^5}$; s) $\frac{3^{13}}{3^{11}}$; t) $\frac{12^9}{12^6}$;

Př. 2-32. Zapište jako jednu mocninu pomocí zlomku s mocninou v čitateli:

- a) $\frac{3^{10}}{3^{15}}$; b) $\frac{2}{2^5}$; c) $\frac{7^6}{7^7}$; d) $\frac{17^2}{17^5}$; e) $\frac{11^4}{11^5}$;
f) $6^5 : 6^8$; g) $3^3 : 3^4$; h) $11^9 : 11^{13}$; i) $5 : 5^9$; j) $12^2 : 12^5$;

Př. 2-33. Vypočítejte:

- a) $2^4 \cdot 2^2$; b) $12^8 : 12^5$; c) $0,6^2 \cdot 0,6$; d) $(-13)^{10} : (-13)^9$;
e) $3^2 \cdot 3^2$; f) $(-5)^6 : (-5)^4$; g) $0,1^2 \cdot 0,1^4$; h) $100^{17} : 100^{14}$;
i) $\frac{5^3 \cdot 5^6}{5^8}$; j) $\frac{7^{12}}{7^4 \cdot 7^5}$; k) $\frac{3^2 \cdot 3^{12}}{3^6 \cdot 3^7}$; l) $\frac{10^{15} \cdot 10^9}{10^{11} \cdot 10^{16}}$;

Př. 2-34. Zjednodušte, zapište jako jednu mocninu pomocí závorek:

- a) $14^2 \cdot 5^2$; b) $6^9 \cdot 12^9$; c) $0,18^4 \cdot 6^4$; d) $11^5 \cdot (-6)^5$;
e) $6^{19} : 7^{19}$; f) $\left(\frac{11}{5}\right)^6 : 4^6$; g) $(-7)^{11} : \left(\frac{3}{15}\right)^{11}$; h) $(-5)^{20} : 12^{20}$;
i) $\frac{7^6}{3^6}$; j) $\frac{11^{10}}{13^{10}}$; k) $\frac{5^3}{12^3}$; l) $\frac{7^8}{15^8}$;

Př. 2-35. Vypočítejte:

- a) $6^3 \cdot 10^3$; b) $(-15)^4 \cdot 2^4$; c) $0,2^6 \cdot 5^6$; d) $200^3 \cdot 0,03^3$;
e) $(-12)^3 : 3^3$; f) $42^4 : 14^4$; g) $0,36^5 : 0,9^5$; h) $66^2 : (-11)^2$;
i) $\frac{27^4}{(-18)^4}$; j) $\frac{78^2}{13^2}$; k) $\frac{(-27)^3}{6^3}$; l) $\frac{49^2}{42^2}$;
m) $\frac{18^3 \cdot 3^3}{6^3}$; n) $\frac{7^4 \cdot 6^4}{28^4}$; o) $\frac{22^2}{3^2 \cdot 6^2}$; p) $\frac{35^3 \cdot 18^3}{36^3 \cdot 21^3}$;

Př. 2-36. Upravte, nepočítejte:

a) $(3^3)^4$; b) $((-6)^5)^7$; c) $(0,17^4)^{11}$; d) $\left(\frac{11^3}{6^3}\right)^8$; e) $\left(\left(\frac{7}{3}\right)^8\right)^5$;
f) $(19^4)^2$; g) $((-2)^6)^3$; h) $(2,13^9)^5$; i) $\left(\frac{2^6}{13^6}\right)^4$; j) $\left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^2$;
k) $(10^5)^7$; l) $((-1)^3)^{13}$; m) $\frac{(7^3)^5}{(7^6)^2}$; n) $\left(\frac{5^6}{4^2}\right)^9$; o) $\left(\frac{7^3}{12^5}\right)^2$;

Př. 2-37. Zapište jako jednu mocninu tak, aby základem bylo prvočíslo:

a) 27^4 ; b) 64 ; c) $(125^5)^2$; d) 8^7 ; e) $(81^3)^9$; f) $\left((25^3)^4\right)^5$;
g) $9 \cdot 27$; h) $16^3 \cdot 8^4$; i) $\frac{512}{4}$;

Př. 2-38. Z následujících trojic čísel určete to největší:

a) 2^9 ; 4^5 ; 256 ; b) 9^6 ; 27^5 ; 81^4 ; c) $(-5)^4$; $(-5)^7$; $((-5)^5)^3$;

Př. 2-39. Vypočítejte:

a) $(5^2)^2$; b) $((-2)^3)^3$; c) $((-1)^3)^4$; d) $\left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^3$; e) $\left(\frac{5^2}{6^2}\right)^2$;

Př. 2-40. Základ mocniny jsme nahradili písmenem. Zapište jako jednu mocninu:

a) $a^4 \cdot a^3$; b) $b^5 \cdot b^2$; c) $c^8 : c^5$; d) $\frac{d^7}{d^6}$; e) $(e^4)^2$; f) $(f^2)^{11}$;

Př. 2-41. Zapište rozvinutý zápis čísel pomocí mocnin deseti:

a) 48; b) 250; c) 1 743; d) 2 913; e) 95 302; f) 52 709 031;
g) 62; h) 708; i) 4 052; j) 9 999; k) 132 471; l) 2 054 102;
m) 2 715 846 948; n) 19 483 310 405;

Př. 2-42. Čísla zapsaná rozvinutým zápisem pomocí mocnin deseti zapište zkráceným způsobem:

a) $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$;
b) $5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 1$;

- c) $4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10$;
 d) $8 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 1$;
 e) $9 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1$;
 f) $1 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1$;

Př. 2-43. Zapište čísla v nezkrácené podobě:

- a) $8,5 \cdot 10^3$; b) $3,45 \cdot 10^5$; c) $7,2498 \cdot 10^2$; d) $4,3574 \cdot 10^7$;
 e) $1,3 \cdot 10^4$; f) $8,57 \cdot 10^3$; g) $9,1407 \cdot 10^6$; h) $3,8629 \cdot 10^4$;

Př. 2-44. Zapište čísla ve tvaru $a \cdot 10^n$ (opačný postup než v příkladu 2-43):

- a) 75 000 ; b) 9 850 ; c) 123,54 ; d) 710 200 ; e) 890 000 000 ;
 f) 26 400 ; g) 345 767 ; h) 31,971 ; i) 7 840,1 ; j) 12 000 000 000 ;

Př. 2-45. Vypočítejte. U druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) $(3^8 \cdot 3^6) : (3^4 \cdot 3^9)$; b) $(5^7 : 5^6) \cdot (5^4 : 5^2)$; c) $(2^4 \cdot 2^5)^2 : (2^3 \cdot 2^2)^3$;
 d) $\frac{80^2 \cdot 9^3}{15^2 \cdot 6^4}$; e) $\frac{14^3 \cdot 3^4}{12^2 \cdot 21^2}$; f) $\frac{8^2 \cdot 11^4 \cdot 5}{121^2 \cdot 40^2}$;
 g) $2^6 - 5^4 + 7^3 + 4^2$; h) $\sqrt{2^2 + 3^3 + 4^4 + 2}$; i) $\sqrt{(5^3 + 5^2)^2 : (-30)^2}$;
 j) $5^3 + 7 \cdot 2^5 - 2 \cdot 9^2$; k) $0,2^4 + 0,02^3 + 0,2^2$; l) $\sqrt{10^3 - 10^2} - 3^4 + 2^5$;

Př. 2-46. Vypočítejte:

- a) $\sqrt[3]{2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4}$; b) $\left(\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}\right)^4$; c) $(3^3 \cdot 4^2 - 32)^2$;
 d) $\frac{(5^2 \cdot 3^4)^2}{15^2 \cdot 9^3}$; e) $\frac{2^{17} \cdot 6^5 \cdot 27^6}{(12^3 \cdot 3^5)^3 \cdot 4}$; f) $\frac{(7^4 \cdot 14^2 \cdot 8^7)^2}{(28^4 \cdot 4^3)^3 \cdot 256}$;
 g) $(2^3)^2 \cdot 3^3 \cdot 1^7$; h) $\left(\frac{7^4}{6^3}\right)^3 : \left(\frac{7^5}{6^4}\right)^2$; i) $7 \cdot 10^4 + 10^6 \cdot 3 - (2^2)^4$;

Př. 2-47. Částečně odmocněte:

- a) $\sqrt{18}$; b) $\sqrt{150}$; c) $\sqrt{176}$; d) $\sqrt[3]{108}$; e) $\sqrt[3]{1512}$;

Př. 2-48. Upravte následující součin tak, aby vznikla jedna odmocnina (obrácený postup než ve příkladu 2-47):

vzor: $3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{45}$

a) $7 \cdot \sqrt{2}$; b) $12 \cdot \sqrt{0,5}$; c) $0,1 \cdot \sqrt{10}$; d) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$; e) $3 \cdot \sqrt{17}$;

2.3 Slovní úlohy

Př. 2-49. Jaké vyjde číslo, sečteme-li vždy první číslici zleva čísel 1 až 9 umocněných a) na druhou, b) na třetí?

Př. 2-50. Kolikrát je číslo 20^3 větší než 20?

Př. 2-51. Česká republika má přibližně 10,5 milionu obyvatel a rozlohu zaokrouhleně 79 tisíc km^2 . Dané údaje запиšte ve tvaru $a \cdot 10^n$. Jaká je přibližná hustota obyvatel udávaná v jednotce ob./km^2 ?

Př. 2-52. Rozloha pozemku je 15 km^2 . Jaká je jeho rozloha v m^2 ? Výsledek запиšte ve tvaru $a \cdot 10^n \text{ m}^2$.

Př. 2-53. Objem silážní jámy je 300 m^3 . Jaký je její objem v mm^3 ? Výsledek запиšte ve tvaru $a \cdot 10^n \text{ mm}^3$.

Př. 2-54. Auto ujelo postupně $2,5 \cdot 10^5 \text{ m}$, $1,4 \cdot 10^7 \text{ mm}$, $8,6 \cdot 10^7 \text{ dm}$ a nakonec $3 \cdot 10^6 \text{ cm}$. Jaká je celková ujetá vzdálenost v kilometrech?

Př. 2-55. Firma zabývající se výrobou plastových víček vyrobila za dobu své existence již $7 \cdot 10^7$ kusů víček. Vyjádřete slovně v nezkrácené podobě tento počet kusů.

Př. 2-56. Plně naložené nákladní auto uveze 2,5 tuny písku. Máme čtyřicet aut a každé přiveze plný náklad dvacetkrát. Kolik a) kg; b) t písku celkem přivezou? Výsledek запиšte ve tvaru $a \cdot 10^n \text{ kg}$.

Př. 2-57. Čerpadlo přečerpá 4 hektolitry vody za hodinu. Kolik litrů vody přečerpá za dva dny? Výsledek запиšte ve tvaru $a \cdot 10^n \text{ kg}$.

Př. 2-58. Kolikrát je těžší předmět A o hmotnosti $2 \cdot 10^8 \text{ kg}$ než předmět B o hmotnosti $5 \cdot 10^6 \text{ kg}$?

Př. 2-59. Obrovský kámen váží $9 \cdot 10^7 \text{ kg}$. Petr řekl, že kámen je milionkrát těžší než on. Kolik váží Petr?

Př. 2-60. Jaký je objem krychle o hraně délky a) 5 cm; b) 7 cm?

Př. 2-61. V jakém základním poměru jsou objemy krychlí o hraně 0,6 m a 4 cm?

Př. 2-62. Krychle má povrch 294 dm^2 . Jaký je její objem v m^3 ?

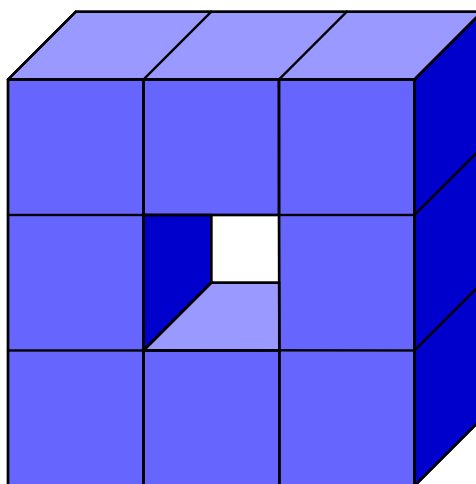
Př. 2-63. Jaký je součet délek všech hran krychle o objemu 343 dm^3 ?

Př. 2-64. Krychle má objem $1,25 \cdot 10^8 \text{ mm}^3$. Jaký je obsah jedné její stěny v m^2 ?

Př. 2-65. O kolik je větší objem krychle o hraně délky 90 mm než objem krychle o hraně délky 0,6 dm?

Př. 2-66. Kolikrát je větší objem krychle o obsahu stěny $0,36 \text{ cm}^2$ než objem krychle o obsahu stěny 9 mm^2 ?

Př. 2-67. Jaký objem má útvar z modrých krychlí s délkou hrany 3 cm, který je vyobrazen na obrázku 2.1? Pokud by existovala krychle o stejném objemu jako tento útvar, jaká by byla délka její hrany?



Obr. 2.1 Útvar z krychlí

Př. 2-68. Kvádr s podstavou čtverce o hraně délky 5 m má výšku osmkrát delší, než je délka podstavné hrany. Jaký je jeho objem v hektolitrech?

Př. 2-69. Jaká byla délka hrany původní velké krychle, když po vyříznutí 37 malých krychlíček o délce hrany 2 dm zbylo 200 dm^3 ?

Př. 2-70. Máme krychli o hraně délky 4 dm. Kolikrát se zvětší její objem, zvětší-li se její hrana 3krát? Je pro vyřešení této úlohy nutné znát délku hrany?

Př. 2-71. Máme krychli o objemu $1\,728 \text{ cm}^3$. Jaká bude délka její hrany, zmenšíme-li její objem 8krát?

Př. 2-72. O kolik se zvětší objem krychle s hranou délky 2 m, zvětšíme-li každou její hranu o 1 m?

Př. 2-73. Tomáš si postavil 2 komínky z kostek, se základem vždy jedné kostky. Jeden komínek z modrých a druhý ze zelených. Každá kostka bez ohledu na barvu má objem 125 cm^3 . Komínek ze zelených kostek byl vysoký 140 cm a komínek z modrých kostek 125 cm. Když si přestal hrát, chtěl uklidit každou věž do jedné ze dvou stejných krabic tvaru krychle o hraně 150 mm, zelené do jedné a modré do druhé. Vejdou se všechny modré kostky do krabice? Pokud ano, tak spočítejte, kolik kostek by se mu do krabice mohlo ještě vejít a pokud ne, tak kolik kostek mu bude přebývat. To samé určete se zelenými kostkami. Jaký objem má jedna krabice?

Př. 2-74. Pan Papoušek nasypal krmnou směs do celé bedny tvaru krychle o hraně délky 300 cm. Kolik pytlů krmné směsi potřeboval, pokud jeden pytel váží 20 kg a jeden m^3 směsi váží 180 kg?

Př. 2-75. Pan Straka si chce udělat zásobu technické soli na zimu. Naplnil s ní nádrž tvaru krychle. Sůl kupoval v pytlech po 20 kg. Jeden pytel stojí 150 Kč. Jeden kg soli má objem 500 cm^3 . Doma měl už 32 kg z předešlého roku. Při současném nákupu soli zaplatil celkem 3000 Kč. Jakou délku má hrana krychlové nádrže?

2.4 Výsledky a řešení:

2-1 a) 8; b) 8; c) 8; d) -8; e) -8;

2-2 a) 27; 125; -1; -1 000; -64; -216; -512; b) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{27}{64}$; $\frac{1000}{343}$; $-\frac{64}{216}$; $-\frac{8}{27}$; $-\frac{343}{512}$;
c) $\frac{1}{125}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{64}{9}$; $\frac{125}{4}$; $\frac{343}{216}$; $-\frac{27}{2}$; $\frac{9}{64}$;

2-3 a) menší; b) větší; c) menší; d) menší; e) větší; f) menší; g) menší; h) větší;

2-4 a) menší; b) menší; c) menší; d) větší; e) větší; f) větší; g) menší; h) rovno;

2-5 a) 12; b) 330; c) 90; d) -30; e) 216; f) -216; g) 8; h) 27; i) 35; j) 169; k) 0;
l) 0; m) 150; n) 180; o) 15; p) 17;

2-6 a) 40; b) -128; c) -432; d) -875; e) 9;

2-7 a) 8 000; b) 8 000; c) 0,125; d) 0,125; e) 512 000 000; f) 512 000 000; g) 0,000 343;
h) 0,000 343;

2-8 a) 64; b) 64 000; c) 64 000 000; d) 27; e) 0,027; f) 0,000 027; g) 729; h) 343 000;
i) 125 000 000; j) 512; k) 0,216; l) 0,000 064;

2-9 a) 5 832; 421 875; 69 934 528; 68,921; 252 435,968; b) 494,913 671; 353 393,243;
0,042 875; 21 024,576;

2-10 a) 36 926 037; 731 432 701; 362 467,097; 714,516 984; b) 0,033 076 161;

- 0,067 419 143; 973 242,271; 21,484 952;
- 2-11** a) 2; b) 4; c) -3 ; d) 10; e) 1; f) 7; g) -6 ; h) 0; i) $\frac{5}{3}$; j) $\frac{7}{2}$; k) $-\frac{1}{3}$; l) $\frac{4}{5}$; m) $\frac{3}{4}$; n) $\frac{1}{3}$; o) $\frac{2}{7}$;
- 2-12** a) 0,4; b) 0,4; c) 30; d) 30; e) 20; f) -70 ; g) 500; h) 600; i) 0,3; j) $-0,6$; k) 0,02; l) 0,07;
- 2-13** a) 6; 5; 0,8; 0,04; -10 ; 7; b) 3; 1; 0,9; 0,02; -8 ; 20;
- 2-14** a) 8; b) 27; c) 2;
- 2-15** a) 10; b) 60; c) 3;
- 2-16** a) 2,15; 6,26; 20,8; 32,4; b) 1,71; 0,973; 0,182;
- 2-17** a) 11,22; 44,93; 75,73; b) 0,59; 1,43; 3,91;
- 2-18** a) menší; b) rovno; c) menší; d) větší; e) menší; f) větší; g) rovno; h) menší; i) menší; j) menší; k) větší; l) větší;
- 2-19** a) 9; b) 7; c) -32 ; d) -10 ; e) 2; f) 4; g) 10; h) -2 ; i) 9; j) 5; k) 6; l) -13 ; m) 50; n) 8; o) -6 ; p) 5;
- 2-20** a) 2; b) 4; c) 4; d) 3; e) 2; f) 3;
- 2-21** a) 3^3 ; b) 7^4 ; c) 5^2 ; d) $(-6)^4$; e) $(\frac{1}{4})^3$; f) 2^4 ; g) 1^2 ; h) $(\frac{9}{8})^8$; i) 14^{11} ; j) $(-\frac{2}{3})^6$;
- 2-22** a) 32; b) 0,025 6; c) -343 ; d) 6 561; e) 0,000 32; f) 729; g) 6 250 000;
- 2-23** a) menší; b) větší; c) menší; d) menší; e) větší; f) menší; g) rovno; h) menší; i) menší; j) rovno; k) větší; l) větší; m) menší; n) větší; o) menší; p) rovno;
- 2-24** a) 2^5 ; b) 3^4 ; c) 7^2 ; d) 3^6 ; e) 11^2 ; f) 5^6 ; g) 3^9 ;
- 2-25** a) $2^2 \cdot 3^2$; b) $2^3 \cdot 7^2$; c) $2 \cdot 5^3$; d) $2^2 \cdot 11^2$; e) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$; f) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$; g) $2 \cdot 3^3 \cdot 5^3$;
- 2-26** a) 1 000 - tisíc; b) 100 000 - sto tisíc; c) 1 000 000 - milion; d) 100 000 000 - sto milionů; e) 1 000 000 000 - miliarda; f) 1 000 000 000 000 - bilion; g) 100 000 000 000 000 - sto bilionů;
- 2-27** a) 10^4 - deset tisíc; b) 10^7 - deset milionů; c) 10^{11} - sto miliard; d) 10^{12} - bilion;
- 2-28** a) $5 \cdot 7^6$; b) $-4 \cdot 5^{13}$; c) $3 \cdot 11^3$; d) $4 \cdot 9^2$; e) $-2 \cdot (\frac{7}{9})^4$; f) $7 \cdot (\frac{2}{3})^5$; g) $4 \cdot 7^{10}$; h) $11 \cdot (-2)^7$; i) $7 \cdot 0,8^2$; j) $10 \cdot 3^7$;
- 2-29** a) 245; b) 1 250; c) 306; d) -74 ; e) 0; f) 144;
- 2-30** a) 7^8 ; b) $(-5)^6$; c) $0,6^{14}$; d) 11^{15} ; e) 15^9 ; f) $(\frac{13}{4})^{10}$; g) 3^{18} ; h) 14^{11} ; i) 17^{36} ;
- 2-31** a) 7^2 ; b) $(-5)^3$; c) $0,6^4$; d) 11; e) 15^7 ; f) 14^6 ; g) 3^4 ; h) $(\frac{13}{4})^2$; i) $7,3^4$; j) 1; k) 3^{11} ; l) $\frac{12}{5}$; m) 1; n) 1; o) 1; p) 1; q) 5^2 ; r) 13; s) 3^2 ; t) 12^3 ;
- 2-32** a) $\frac{1}{3^5}$; b) $\frac{1}{2^4}$; c) $\frac{1}{7}$; d) $\frac{1}{17^3}$; e) $\frac{1}{11^5}$; f) $\frac{1}{6^3}$; g) $\frac{1}{3}$; h) $\frac{1}{11^4}$; i) $\frac{1}{5^8}$; j) $\frac{1}{12^3}$;
- 2-33** a) 64; b) 1 728; c) 0,216; d) -13 ; e) 81; f) 25; g) 0,000 001; h) 1 000 000; i) 5; j) 343; k) 3; h) $\frac{1}{1000}$;
- 2-34** a) $(14 \cdot 5)^2$; b) $(6 \cdot 12)^9$; c) $(0,18 \cdot 6)^4$; d) $(11 \cdot (-6))^5$; e) $(6 : 7)^{19}$; f) $(\frac{11}{5} : 4)^6$; g) $(-7 : \frac{3}{15})^{11}$; h) $(-5 : 12)^{20}$; i) $(\frac{7}{3})^6$; j) $(\frac{11}{13})^{10}$; k) $(\frac{5}{12})^3$; l) $(\frac{7}{15})^8$;

- 2-35** a) 216 000; b) 810 000; c) 1; d) 216; e) -64 ; f) 81; g) 0,010 24; h) 36; i) $\frac{81}{16}$; j) 36; k) $-\frac{729}{8}$; l) $\frac{49}{36}$; m) 729; n) $\frac{81}{16}$; o) $\frac{121}{81}$; p) $\frac{125}{216}$;
- 2-36** a) 3^{12} ; b) $(-6)^{35}$; c) $0,17^{44}$; d) $(\frac{11}{6})^{24}$; e) $(\frac{7}{3})^{40}$; f) 19^8 ; g) $(-2)^{18}$; h) $2,13^{45}$; i) $(\frac{2}{13})^{24}$; j) $(\frac{5}{2})^6$; k) 10^{35} ; l) $(-1)^{39}$; m) 7^3 ; n) $\frac{5^{54}}{4^{18}}$; o) $\frac{7^6}{12^{10}}$;
- 2-37** a) 3^{12} ; b) 2^6 ; c) 5^{30} ; d) 2^{21} ; e) 3^{108} ; f) 5^{120} ; g) 3^5 ; h) 2^{24} ; i) 2^7 ;
- 2-38** a) 4^5 ; b) 81^4 ; c) $(-5)^4$;
- 2-39** a) 625; b) -512 ; c) 1; d) $\frac{729}{64}$; e) $\frac{625}{1296}$;
- 2-40** a) a^7 ; b) b^7 ; c) $c^3, c \neq 0$; d) $d, d \neq 0$; e) e^8 ; f) f^{22} ;
- 2-41** a) $4 \cdot 10 + 8 \cdot 1$; b) $2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10$; c) $1 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 1$; d) $2 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1$; e) $9 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 1$; f) $5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1$; g) $6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$; h) $7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 1$; i) $4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$; j) $9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 1$; k) $1 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1 \cdot 1$; l) $2 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 1$; m) $2 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^8 + 1 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1$; n) $1 \cdot 10^{10} + 9 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^8 + 8 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 1$;
- 2-42** a) 423; b) 5 102; c) 43 130; d) 82 911; e) 936 642; f) 123 456 789;
- 2-43** a) 8 500; b) 345 000; c) 724,98; d) 43 574 000; e) 13 000; f) 8 570; g) 9 140 700; h) 38 629;
- 2-44** a) $7,5 \cdot 10^4$; b) $9,85 \cdot 10^3$; c) $1,23 \cdot 10^2$; d) $7,102 \cdot 10^5$; e) $8,9 \cdot 10^8$; f) $2,64 \cdot 10^4$; g) $3,457\,67 \cdot 10^5$; h) $3,197\,1 \cdot 10$; i) $7,840\,1 \cdot 10^3$; j) $1,2 \cdot 10^{10}$;
- 2-45** a) 3; b) 125; c) 8; d) 16; e) $\frac{7}{2}$; f) $\frac{1}{5}$; g) 3; h) -202 ; c) 17; i) 5; j) 187; k) 0,041 160 8; l) -19 ;
- 2-46** a) 4; b) $\frac{625}{81}$; c) 160 000; d) 25; e) $\frac{4}{3}$; f) 16; g) 1 728; h) $\frac{49}{6}$; i) 3 069 744;
- 2-47** a) $3 \cdot \sqrt{2}$; b) $5 \cdot \sqrt{6}$; c) $4 \cdot \sqrt{11}$; d) $3 \cdot \sqrt[3]{4}$; e) $6 \cdot \sqrt[3]{7}$;
- 2-48** a) $\sqrt{98}$; b) $\sqrt{72}$; c) $\sqrt{0,1}$; d) $\sqrt[3]{32}$; e) $\sqrt[3]{153}$;
- 2-49** 38; 35;
- 2-50** a) 400krát;
- 2-51** $1,05 \cdot 10^7$ ob.; $7,9 \cdot 10^3$ km²; 133ob./km²;
- 2-52** $15 \cdot 10^6$ m²;
- 2-53** $3 \cdot 10^{11}$ mm³;
- 2-54** 8894 km;
- 2-55** sedmdesát milionů;
- 2-56** a) $2 \cdot 10^6$ kg; b) $2 \cdot 10^3$ t;
- 2-57** a) $1,92 \cdot 10^4$ l;
- 2-58** a) 40krát;
- 2-59** 90 kg;

2-60 125 cm^3 ; 343 cm^3 ;
2-61 $3375:1$;
2-62 $0,343 \text{ m}^3$;
2-63 84 dm ;
2-64 $0,25 \text{ m}^2$;
2-65 o 513 cm^3 ;
2-66 8krát;
2-67 216 cm^3 ; 6 cm ;
2-68 $10\,000 \text{ hl}$;
2-69 512 dm^3 ;
2-70 27krát; ne;
2-71 6 cm ;
2-72 o 19 m^3 ;
2-73 Ne, jedna přebývá; ano, ještě dvě by se vešly; 3375 cm^3 ;
2-74 243 pytlů ;
2-75 60 cm ;

Kapitola 3

Proměnné, výrazy a mnohočleny

3.1 Výrazy a proměnné

Př. 3-1. Vypočítejte hodnotu výrazu:

- a) $12 - (4 + 12)$; b) $10 - 5 - (6 - 4)$; c) $0,4 - (0,7 + 0,5) + 1,2$;
d) $-(8 - 4) - 2$; e) $(4 - 11) - (2 - 15)$; f) $(1,7 + 1,2) - (2,5 + 1,4)$;
g) $9 + 5 \cdot 2$; h) $8 - 6 \cdot 5 - 3$; i) $0,7 \cdot 0,5 + 2,5 \cdot 0,4$;
j) $3 - 8 : 4$; k) $7 - 10 : 2 + 3$; l) $0,2 : 0,1 - 3,5 : 0,7$;

Př. 3-2. Vypočítejte hodnotu výrazu:

- a) $8 - 4 \cdot 12$; b) $(6 + 3) : (9 - 12)$; c) $(8 - 2) \cdot 18 - 6$;
d) $(8 - 4) \cdot 12$; e) $6 : (3 - 9) + 12$; f) $(8 + 2) - 18 : 6$;
g) $8 + (4 \cdot 12)$; h) $(6 \cdot 3) : (9 - 12)$; i) $8 + 2 \cdot (18 - 6)$;
j) $8 : 4 + 12$; k) $(6 : 3) \cdot (9 + 12)$; l) $8 : (2 - 18 + 6)$;
m) $(8 + 4) : 12$; n) $6 \cdot (3 + 9) : 12$; o) $8 - 2 \cdot 18 + 6$;
p) $(8 \cdot 4) : (-12)$; q) $6 - (3 - 9 \cdot 12)$; r) $(8 - 2) : 18 - 6$;

Př. 3-3. Vypočítejte hodnotu výrazu:

- a) $0,8 - 0,6 : 0,2 + 5,5$; b) $(0,4 - 0,7) \cdot (0,3 + 1,7)$;
c) $0,1 + (1,2 + 0,3) \cdot 0,8$; d) $(0,4 - 0,3 \cdot 12) : 0,2$;

$$\begin{array}{ll} \text{e)} \quad \frac{5}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{6}; & \text{f)} \quad \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{2} + \frac{7}{6}\right) : \frac{8}{3}; \quad \text{g)} \quad \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{7}{2} - \frac{2}{6}\right); \\ \text{h)} \quad \left(\frac{5}{3} : \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{9} : \frac{8}{3}\right); & \text{i)} \quad 3 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 2 - \frac{2}{6}\right); \quad \text{j)} \quad \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{3} : \frac{1}{6}\right) - \frac{8}{3}; \end{array}$$

Př. 3-4. Vypočítejte výraz, u druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \quad 153 + 3 \cdot 7^2; & \text{b)} \quad 3^3 \cdot 5^2 + 2; & \text{c)} \quad 700 - 3^3 \cdot 5^2; & \text{d)} \quad 2 \cdot 0,2^2 \cdot 10^3; \\ \text{e)} \quad 3 + (6 + 1)^2; & \text{f)} \quad (3 \cdot 2)^3 : 12; & \text{g)} \quad 2^3 \cdot (2 + 3)^2; & \text{h)} \quad 12^2 - 96 : 2^4; \\ \text{i)} \quad 1 - (7 - 9)^2; & \text{j)} \quad 3^3 + 2^2 \cdot 5; & \text{k)} \quad \sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{64} - 4; & \text{l)} \quad \sqrt{3^3 + 22}; \\ \text{m)} \quad \sqrt{81} - 3 \cdot 2^2; & \text{n)} \quad 5 - \sqrt[3]{216}; & \text{o)} \quad \sqrt{3^3 + 3^2} + 1; & \text{p)} \quad 3 - \sqrt{9} + 5^2; \\ \text{q)} \quad (-6)^2 - \sqrt{64}; & \text{r)} \quad (\sqrt[3]{-8} + 3)^2; & \text{s)} \quad \sqrt{81} - 4 : \sqrt{4}; & \text{t)} \quad \sqrt[3]{1} + 3^2 \cdot \sqrt{4}; \end{array}$$

Př. 3-5. Vypočítejte výraz, u druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad 15 - 3 \cdot [6 - (14 - 17) \cdot 2] + 20; \\ \text{b)} \quad (2 \cdot 5 + 1) - [19 + (-3 + 12) \cdot 3 - 1] : 3; \\ \text{c)} \quad (((3 + 2) \cdot 5) : 10 + 2) \cdot (-4) + 50 : 2 - (14 - 36)) + 15; \\ \text{d)} \quad \{[(-6) + (15 - 3) \cdot 5] : 3 + 2\} - \{15 - 2 \cdot [3 + 75 : (8 - 5)] + 7\}; \\ \text{e)} \quad 100 - \{[(3,8 - 0,3) : 0,5] \cdot 4 - (1,7 - 3,2) \cdot (-9)\} - (30 \cdot 2); \\ \text{f)} \quad \left[\sqrt{3 \cdot (20 + 4) + 3^2} - \sqrt[3]{10^2 + 5^2}\right] + (\sqrt{49} - \sqrt[3]{64})^3 - 15; \\ \text{g)} \quad \left[\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right) \cdot 6 - \left(5 - \frac{8}{3} \cdot 2\right)\right] - \left[\left(\frac{21}{2} - 3\right) : \frac{5}{2}\right] - 11; \\ \text{h)} \quad 1 + \frac{(3^2 + 2^3 + 1) : 6 - 7 \cdot (\sqrt{25} - \sqrt[3]{64})^2}{6^3 : (1 + 2^3) + 3 \cdot \sqrt[3]{27} - 3}; \end{array}$$

Př. 3-6. Vypočítejte a doplňte tabulku tak, že do výrazů s proměnnou x dosadíte její příslušnou hodnotu:

x	1	2	3	0	-1	$\frac{1}{3}$	0,2
$3x + 7$							
$2(5 - x) + 3$							
$x^2 - 3x$							
$\frac{4(3x - 2)}{6 - 5x}$							

Př. 3-7. Vypočítejte a doplňte tabulku tak, že do výrazů s proměnnými x a y dosadíte jejich příslušnou hodnotu:

x	2	3	1	0	4	-2	$\frac{1}{2}$
y	1	0	-1	2	4	-2	$\frac{3}{2}$
$3x + 2y$							
$2(7 - x) + 2y$							
$x^2 - 3xy$							
$x^3 - 2(x - y)$							
$\frac{(x^3 - 2y)}{(x - y)^2 + 1}$							

Př. 3-8. Vypočítejte a doplňte tabulku tak, že do výrazů s proměnnými x , y a z dosadíte jejich příslušnou hodnotu:

x	2	3	1	0	4	-1	-2
y	1	0	-1	2	4	-1	4
z	-3	3	-2	2	1	-1	0
$4x - 3y + 3z$							
$x(y - z) + 3$							
$x^2 - y^2 + z^2$							
$x^3 - 2xy$							
$\frac{(2x + y - 1)}{(y - 2z + 2)^2}$							

Př. 3-9. Vypočítejte výrazy s absolutní hodnotou:

- a) $|4|$; b) $|-9|$; c) $|-0,5|$; d) $2 \cdot |-5 - 2|$;
e) $-|8 - 9|$; f) $9 \cdot |-3 \cdot 2|$; g) $|4 \cdot (-5)^3|$; h) $|-3 \cdot 4 + 6| + 7$;
i) $| - (-4)^2 |$; j) $-|6 \cdot (-4)^2|$; k) $|2 \cdot \sqrt[3]{-64}|$; l) $|(7 - 4) \cdot (-7)|$;

Př. 3-10. Do výrazů s proměnnými x a y dosadte $x = 3$, $y = -5$, vypočítejte:

- a) $-3 \cdot |y| + 7$; b) $|-2x| - 10$; c) $|2y - 5x| - 2$; d) $-6 \cdot |x \cdot y|$;
e) $4y \cdot |-(x)|$; f) $9 - |x^2 - y^2|$; g) $|(3y - 5x) : 10|$; h) $-|\sqrt[3]{y - x}|$;

3.2 Mnohočleny

Př. 3-11. Z uvedených výrazu vypište a) jednočleny b) dvojčleny c) trojčleny:

$$a^2 + 3 ; \quad 4b^2 ; \quad 5 ; \quad a^4 - b^3 ; \quad 3a + b^2 + 2 ; \quad ab ; \quad ab - b + 3 ; \quad 4a^2 - 23 ;$$

Př. 3-12. Jakého stupně jsou dané mnohočleny:

$$\begin{aligned} \text{a) } 5a^3 ; \quad \text{b) } -7b ; \quad \text{c) } 0,4c^5 ; \quad \text{d) } -d^4 ; \quad \text{e) } \frac{1}{2}e ; \quad \text{f) } 3 ; \\ \text{g) } 4g^3 + 7g^2 - 2g + 1 ; \quad \text{h) } 13h^8 - 4d^4 - 9 ; \quad \text{i) } -i^5 + 8i^3 + 2i^2 - i ; \end{aligned}$$

Př. 3-13. Upravte výrazy:

$$\begin{aligned} \text{a) } a \cdot a \cdot a ; \quad \text{b) } 2b \cdot b \cdot b \cdot b ; \quad \text{c) } 0,4 \cdot c \cdot c ; \quad \text{d) } -d \cdot d \cdot d ; \\ \text{e) } 4 \cdot 5a ; \quad \text{f) } 2b \cdot 3b \cdot b \cdot b ; \quad \text{g) } -4 \cdot c \cdot 5c ; \quad \text{h) } 7d \cdot 3 \cdot (-2)d ; \\ \text{i) } 9a \cdot b ; \quad \text{j) } 6b \cdot 3c \cdot b \cdot 2c ; \quad \text{k) } 7 \cdot c \cdot 5d ; \quad \text{l) } -d \cdot 0,2e \cdot 5d ; \\ \text{m) } a \cdot a^2 \cdot a^3 ; \quad \text{n) } 2b^4 \cdot b \cdot b^2 \cdot b^3 ; \quad \text{o) } 0,4 \cdot c \cdot 3c^7 ; \quad \text{p) } -d^3 \cdot 5d \cdot 0,4d^2 ; \\ \text{q) } 8a \cdot b^2 \cdot a ; \quad \text{r) } 2b \cdot c^7 \cdot b \cdot 2c^3 ; \quad \text{s) } d^2 \cdot 4e \cdot 3f ; \quad \text{t) } c \cdot 0,5 \cdot d^4 \cdot c^3 ; \\ \text{u) } 3a \cdot a^2 \cdot 3 + 7b \cdot 4b + 3a \cdot b ; \quad \text{v) } b^3 \cdot 0,4b^2 \cdot c \cdot b - 2b \cdot 2c + 3c \cdot c^5 ; \\ \text{w) } -2,4c^2 \cdot 3c \cdot 2d + (-6)c \cdot 2d \cdot d^2 ; \quad \text{z) } d^2 \cdot d^3 - d \cdot (-4)e^2 \cdot f + 3e^5 \cdot f^2 \cdot 4e ; \end{aligned}$$

Př. 3-14. Upravte výrazy:

$$\begin{aligned} \text{a) } 7a + a ; \quad \text{b) } 5b - 3b ; \\ \text{c) } 9c^3 - 4c^3 ; \quad \text{d) } 17d^2 - 17d^2 ; \\ \text{e) } 8e - 6e - 5e ; \quad \text{f) } 15f^6 - 9f^6 + f^6 ; \\ \text{g) } 6g^4 - 4 + g^4 + 5 ; \quad \text{h) } 9a + 6h^2 - h^2 + 2h^2 ; \\ \text{i) } 9i^2 + 7i - 7i^2 - 9i ; \quad \text{j) } 12j^2 - j^3 + 4j^3 - 2j^3 - 9j^2 ; \\ \text{k) } -5b^2 + 4k^3 - 3k^3 + 5b^2 - k^3 ; \quad \text{l) } 0,5b^5 + 1,2l^5 + 7l^5 - b^5 + 2b^5 ; \\ \text{m) } 5cm + 4m - 6cm - 3m + 7cm ; \quad \text{n) } 9 + dn + dn^2 + 8dn^2 - 6dn + 4 ; \\ \text{o) } 15o^2 + 7 - 6o^2 + 2o^2 - 6 + o^3 ; \quad \text{p) } p^3 + 7p^2 + 9p - 3p^2 - 2p^3 - 5p ; \\ \text{q) } 8 + 9q - 7 + 6q + q - 2 - 5q ; \quad \text{r) } b^2 + 3r + 9 - 7r + 4b^2 + r - 2b^2 ; \\ \text{s) } as^2 + 7a^2s - 9as^2 - a^2s + 2as^2 ; \quad \text{t) } ct - c + t + ct - t + c + t + ct + c ; \\ \text{u) } 4b^2 - (-3u) - b^2 + (-5b^2) - 4u ; \quad \text{v) } -5c^2v - (-4cv^2) + (-c^2v) - 2cv^2 ; \end{aligned}$$

Př. 3-15. Upravte výrazy se závorkami:

- a) $3a + (3a - 9)$; b) $7b - (4b - 2)$;
c) $(9c^2 - 4c) - (4c^2 + 5c)$; d) $-(d + 5) - (-3d - 4)$;
e) $(3e + 2f) + (5e - f - 6)$; f) $(4e + 4f + 4) - (3e - 2f + 1)$;
g) $-(2g + 9) + (5e + 8g + 6)$; h) $(3h^3 - 2h^2 + h) - (h^3 + 2h^2 - h)$;
i) $(5i^2 - 0,3i) - (0,9i^2 - 7i + 9)$; j) $(2 + i - j) + (-i + 0,6j + 0,1)$;
k) $(3i + 6j + k) - (-9i + 3k)$; l) $(7kl + k - 9l) + (7l + 6k - 4kl)$;
m) $(am + 4b + 7) - (4 + am - m)$; n) $(mn + n^2) + (mn + m + n + n^2)$;
o) $(n^2 - o^2 + 1) - (n^2 - o^2 + 9)$; p) $(op - o^2p + op^2) - (-o^2p - op^2)$;
q) $-(7q^3 + q) + (9q^2 - 5q - 8)$; r) $(4q^3 + 8r + 3) - (5r^3 - 9q + 3r)$;

Př. 3-16. Upravte výrazy:

- a) $4a - (-5a) - 9a + (-9a) - (9a - 5a) + 4a - (-7a)$;
b) $9a - b - (7a + 4b) - 5a + 2a - (-9b) + 6a - 4a - (-7a + 4b)$;
c) $8a - 2b + 6c - (4a - 9c + 6b) + b - 5c - 2a - (-2a + 3c) - b + 3c$;
d) $(a^2b^2 - 5ab^2) - (4a^2b^2 + 9a^2b - ab^2 - 7ab) - a^2b - (-5a^2b^2 + 7ab)$;
e) $-(4ab - 3ac + 7ad) + 9ab - (ab + 7ad) + 9ac + (2ab - ac) + 4ad - ab$;
f) $15f - [f - (12f - 17f) + 2f - (-5f)] - (20f - 18f) + 2f$;
g) $15g - [f - (12g - 17f) + 2g - (-5f)] - (20g - 18f) + 2g$;
h) $\{-[-(-6h) + (15h - 3h) - 9h] + 2h\} - \{15h - [7h - (-5h) - (5h - 4h)]\}$;
i) $10h - \{[3i - 9h + 14h - (-2i)] - 4i - (9h - 5i) - (-9h)\} - (12i + 16h)$;
j) $-\left[-\left(\frac{7}{3}j - \frac{9}{4}i\right) - \frac{5}{4}i - \left(\frac{8}{3}j - \frac{9}{4}i - \frac{2}{3}j\right)\right] + \left[\left(\frac{11}{3}j + \frac{9}{4}i\right) + \frac{5}{3}j\right] + \frac{5}{4}i$;
k) $\frac{9k}{5} + \frac{-(7k - 2l + k) + 6l - 5k - (-2l + 3k) - k}{6 - (4 - 8) - 6 + 1} + \frac{7l}{5}$;

Př. 3-17. Vypočítejte:

- a) $7 \cdot 5a$; b) $(-9) \cdot 2b^2$; c) $8b \cdot 3c$; d) $4c^3 \cdot (-4d^2)$;
e) $5d \cdot 0,3e$; f) $6e^4 \cdot 7f$; g) $g \cdot 8g$; h) $(-7h^3) \cdot 4h^2$;
i) $2hi \cdot 0,8h^3$; j) $4i^2j \cdot 9hi^4j^5$; k) $j^3k^2 \cdot jk$; l) $(-2j^2kl^3) \cdot 7j^7kl^5$;

Př. 3-18. Doplňte tabulku:

$\cdot$	x	y	$-2x^2$	$7y^5$	$3xy^3$	$0,4xyz$	$\frac{1}{2}x^2y^3z$
$2x$							
$-3y$							
$-z^2$							
$4x^2y$							
xyz							

Př. 3-19. Vypočítejte:

- a) $15a^3b^5 \cdot 4a^4 \cdot 2b$; b) $3ab \cdot (-9)ab^2 \cdot 5a^4b^3$;
c) $4c^2d^3 \cdot 3c^5 \cdot cd \cdot 2c^2d$; d) $3c^3 \cdot (-4c^2d^2) \cdot 2cd^3 \cdot 3c^3d^4$;
e) $0,5ab^2c^3 \cdot 14a^3bc^2 \cdot a^2 \cdot 4ac^3$; f) $10a^4bc^2 \cdot 4c^2 \cdot 0,5ab^2 \cdot (-ab^4c^3)$;
g) $gh \cdot g^4h^7 \cdot g^2h^2 \cdot g^3h^2 \cdot g^5h^7$; h) $2g^2h^3 \cdot 4g^4h^2 \cdot (-2g^7) \cdot 5gh^2 \cdot (-g^3h)$;
i) $i^4jk^3 \cdot 2i^2j^3k^3 \cdot i^2j^2 \cdot 2j^3k \cdot i^4$; j) $2i^2j^2k^3 \cdot 3i^2j^3k \cdot 4ij^2k^3 \cdot 2j^3k \cdot 3ij^2k^4$;

Př. 3-20. Roznásobte:

- a) $9 \cdot (a + 3)$; b) $(2 - 3b) \cdot 4$; c) $(-2) \cdot (b - 2c)$;
d) $(8 + d) \cdot d$; e) $2e \cdot (4d + 3)$; f) $(-6f) \cdot (2f + e)$;
g) $2g \cdot (5f - 3fg)$; h) $(h^2 + 2) \cdot h$; i) $(-5i^2) \cdot (3h - 6i)$;
j) $(7h + 4i) \cdot (-2j)$; k) $7k^2 \cdot (2k^3 + k)$; l) $(-2l^2) \cdot (2jl - kl^2)$;
m) $3lm \cdot (2l + 3m^2)$; n) $(2m + 4n) \cdot (2m^2n^3)$; o) $(n^6 - 6no^2) \cdot 4no$;
p) $(4o + 7n) \cdot (n^2op)$; q) $3op^2q^3 \cdot (2op - 3pq^2)$; r) $(p^2q^3 - 8q^4r^2) \cdot 5p^5r$;

Př. 3-21. Roznásobte:

- a) $9 \cdot (2a + 3b^2 + 3ab)$; b) $(3a^2 - 4b + 1) \cdot 5a^2$;
c) $cd \cdot (2c^4d - 4cd^3 + 5d)$; d) $(3c^2d + 2c^9 + 5c^3d^4) \cdot 2c^3d^4$;
e) $3de^2 \cdot (2d^2 + 8d^2e - 7e^3 + 5d^3e^4)$; f) $(de^2f^4 + 5e^2f^3 + d^2e^3f - 1) \cdot def^2$;
g) $3g^3 \cdot (4g^9 - 3g^8 - g^5 + 5g^4 - 7g^3 + 2g + 9)$;
h) $(-2gh^2) \cdot (3g^4h^3 - g^2h^4 + 7gh^4 - 5g^3h^2 + g^2h^2 - gh^2 + 9gh)$;

Př. 3-22. Vypočítejte:

- a) $(a + 7) \cdot (a + 2)$; b) $(b + 2) \cdot (3b - 4)$; c) $(2 - c) \cdot (2c - 7)$;
d) $(1 + 3d) \cdot (5 + 2d)$; e) $(2d - e) \cdot (-2e + 3)$; f) $(7e - f) \cdot (2f - e)$;
g) $(d + 2e) \cdot (f - 3g)$; h) $(4g + 5g) \cdot (7h - h)$; i) $(7h + 2i) \cdot (3h - i)$;
j) $(i + 2j) \cdot (j + 2i)$; k) $(5j - 3k) \cdot (2k - 3j)$; l) $(4i + j) \cdot (7k - 3l)$;

Př. 3-23. Vypočítejte:

- a) $(a^2 - b) \cdot (2a - 4b)$; b) $(4a^2 + 3b) \cdot (2b^3 - a)$;
c) $(3c^4 - 5d^2) \cdot (-2c^2 - 9)$; d) $(7c^3 + 2d) \cdot (5d^3 - 3c^4)$;
e) $(2e^2 - 3f^3) \cdot (4e^4 - 5f^5)$; f) $(4e^3 + 3e^2) \cdot (f - 3f^4)$;
g) $(g^3 + 2g^2) \cdot (3g + 4)$; h) $(h^4 + 3h) \cdot (2h^3 - 3h^2)$;
i) $(i^4 - 3i^2) \cdot (2i^2 - 4j)$; j) $(7j^3 + i^3) \cdot (5j^2 - 3j^5)$;
k) $(3i^4 - 3j^3) \cdot (4k - 5l^5)$; l) $(9i^2 + 3j^3) \cdot (11k^4 - 6l^3)$;
m) $(mn - m^2n^2) \cdot (m^3n - mn^3)$; n) $(2m^2n^3 + 3m^3n^2) \cdot (4m^4 - 5n^3)$;

Př. 3-24. Vypočítejte:

- a) $(a + b + c) \cdot (d + e + f)$; b) $(b^5 + b^4 + b^3) \cdot (b^2 - b + 1)$;
c) $(3c^2 - c) \cdot (-2c^3 - c + 9)$; d) $(6d^4 + 4) \cdot (3d^3 - 2d^2 - 9d)$;
e) $(7e^5 - 3e^4 + 2e^3) \cdot (4e + 3)$; f) $(2f^3 + 2f^2 + 1) \cdot (3f + 2f^4)$;
g) $(g^3 + h^2 + g) \cdot (5g + 4)$; h) $(h^4 + 3g) \cdot (4h^3 - g^2 + 2h)$;
i) $(i^5 + i^4 + i^3) \cdot (i^7 + i^6 + i^5)$; j) $(5j^4 + 4j^3 - 3j^2) \cdot (2j^2 - j)$;

Př. 3-25. Vypočítejte:

- a) $9 \cdot 2a^2 - 5 \cdot 2a \cdot a$; b) $4b + 14b \cdot b - 3b \cdot 5b - b + 2b^2$;
c) $4 \cdot (5c^2 - 7) - 2 \cdot (3c^2 - 8)$; d) $5d \cdot (2d^2 + 3d) + 5d^2 \cdot (2d - 9) \cdot (-2)$;
e) $(2e - 4) \cdot (4e + 3) - (e + 5)$; f) $(4f + g) \cdot (f - 3g) - (f + 2g) \cdot (f - g)$;

Př. 3-26. Vytkněte, запиште jako součin pomocí závorek:

- a) $7a + 6a$; b) $8b - 10b$; c) $4c + 3c$; d) $12d - 15d$; e) $e + 8e$;

Př. 3-27. Zapište jako součin pomocí závorek:

- a) $9a + 6$; b) $4 - 4b$; c) $3c + 3d$;
d) $5c - 15d$; e) $10e + 8f$; f) $6e - 2f$;
g) $14g^2 + 21g$; h) $15h^4 - 10h^2$; i) $3i^2 + 3i$;
j) $7j^3 - 12j^2$; k) $8k^6 + 6k^3$; l) $22l^3 - 24l$;
m) $16m^2n + 24mn^2$; n) $4m^5n^3 - 3m^2n^4$; o) $20o^4p^3 - 18o^4$;
p) $12o^4p^7 + 18o^5p^9$; q) $5q^4r^3 - 6q^4r$; r) $15q^3r^3 + 5q^5r^2$;
s) $-16s^3t^3 - 6s^5$; t) $13s^3t^5 - 10s^2t^2$; u) $14s^3t^6 - 12t^8$;

Př. 3-28. Zapište jako součin pomocí závorek:

- a) $0,8a + 0,4$; b) $1,4 - 0,7b$; c) $4,2c + 4,2$;
d) $0,3c - 1,5d$; e) $0,6e + 0,8f$; f) $0,2e - 0,1f$;
g) $1,5g^3 + 1,8g$; h) $1,2h^4 - 0,4h^3$; i) $1,5i^2 + 4,5i$;
j) $0,3j^3k^3 + 4,2j^2k^4$; k) $2,2j^6k^4 - 3,3j^6k^6$; l) $0,8k^4l^3 - 0,2k^3$;

Př. 3-29. Zapište jako součin pomocí závorek:

- a) $6a - 4b + 8$; b) $12a + 16b + 20c$;
c) $5c^6 + 4c^4 + 6c$; d) $16e^9 - 24e^5 + 32e^3$;
e) $21e^7 + 14e^5 + 7e^4$; f) $18f^7 - 42f^4 + 36f$;
g) $7gh^3 + 9gh^2 + 6gh$; h) $14g^2h^2 + 12g^2h + 10gh^2$;
i) $8i^2j + 6ij^2 + 2ij$; j) $27i^3j^3 - 18i^2j^2 + 36ij$;
k) $5k^3l^2 + 6k^2l^3 + 7kl^2$; l) $16k^3l^3 - 20k^4l^2 + 36k^3l^2$;
m) $6m^5n^2 + 14m^3n^6 + 6m^4n^2$; n) $m^3n^4 - 5m^5n + 10mn^4$;
o) $o^7p^6q^7 + o^5p^7q^5 + o^6p^5q^6$; p) $15o^4p^2q^4 - 25o^3p^3q + 30o^3p^4q^3$;

Př. 3-30. Upravte pomocí vytýkání:

- a) $3 \cdot (a + b) - 2a \cdot (a + b)$; b) $(a - b) \cdot 4b + (a - b) \cdot a$;
c) $6c^2 \cdot (c - 7d) - 2d \cdot (c - 7d)$; d) $(2 + d) \cdot 5cd - 8d \cdot (2 + d)$;
e) $7e^3f^2 \cdot (5e - 3) - 3e^2f^3 \cdot (5e - 3)$; f) $(2e + 3f) \cdot 5e^2f - (2e + 3f)$;

- g) $5g^2h^3 \cdot (g - h) + 10g^2h^2 \cdot (g - h)$; h) $(g + h) \cdot g^4h^3 + (g + h) \cdot (-7)$;
i) $4i \cdot (i + j) + j \cdot (-i - j)$; j) $i \cdot (8 - j) + 3j \cdot (j - 8)$;
k) $5l^2 \cdot (3k - 2l) - 4k \cdot (2l - 3k)$; l) $5k^3l^2 \cdot (2 + k) - 6k^4l \cdot (-k - 2)$;
m) $9m \cdot (5m - 3) + 3m^4 \cdot (3 - 5m)$; n) $5m^2n^2 \cdot (2m - 5n) - (5n - 2m)$;
o) $5 \cdot (o + 2) + (3 - p) \cdot (o + 2)$;
p) $(3 - o) \cdot (o - p) + (7o + 4) \cdot (o - p)$;
q) $(p^2 - 7q) \cdot 4o^2 - (2o^2 + 5) \cdot (p^2 - 7q)$;
r) $(9 - q^3) \cdot (q + r) - (q + r) \cdot (3 + r)$;
s) $7s^2 \cdot (7r - 8) + (5 - s) \cdot (-7r + 8)$;
t) $(5 - s^3) \cdot (-s - t) + (4 - s^3) \cdot (s + t)$;
u) $(8 - 3t) \cdot (3u - v) + (3t - 8) \cdot (v - 3u)$;
v) $(v^2 - 2u) \cdot (5 + v) - (10 - v) \cdot (2u - v^2)$;
w) $(7v - 3w) \cdot (5 - 6w) - (3w - 7v) \cdot (6w - 5)$;

Př. 3-31. Upravte na součin:

- a) $6ac + 2ad + 3bc + bd$; b) $21eg - 35eh + 6fg - 10fh$;
c) $30ik - 6il - 40jk + 8jl$; d) $165mo + 180mp - 90no - 108np$;
e) $36qs + 35rt - 20qt - 63rs$; f) $10uw + 75vx + 15vw + 50ux$;

Př. 3-32. Vypočítejte:

- a) $8a : 4$; b) $-15b^2 : 3$; c) $5bc : 2$;
d) $(14c + 7d) : 7$; e) $(55e^3 - 11e^2) : 11$; f) $(8ef + 2f) : (-4)$;
g) $(9f + 18g + 6) : 3$; h) $(7g^3h + 7gh^3 - 14) : 7$; i) $(g^4h - hi^2 - i) : 3$;
j) $8 \cdot (3j + 2) : 2$; k) $6 \cdot (2j^2 + 6k) : 4$; l) $2 \cdot (6l^3m - 9n) : 6$;

Př. 3-33. Vypočítejte:

- a) $3 \cdot (4a - 6) - (-5a) + 2 \cdot (6a + 2) - 8a$;
b) $7b - (2b - 5) + 2 \cdot (2b + 1) + (8b + 6) : 2$;
c) $-3 \cdot (-b + c) + (9b + 3c) : 3 + 4 \cdot (5b + 10c) : 5 - 8c$;

- d) $-(8d + 12) : 4 + 3 \cdot (9d - 5) + (6d + 4) : (-2) + 1$;
 e) $3 \cdot (7d - 2e) - (-e) - (9d + 9e) : (-3) + 2 \cdot (d + 2e) - (2d + e)$;

Př. 3-34. Vypočítejte:

- a) $(a + 2) \cdot (a + 2)$; b) $(b - 3) \cdot (b - 3)$; c) $(c + 4) \cdot (c - 4)$;
 d) $(3d + 5) \cdot (3d + 5)$; e) $(4e - 7) \cdot (4e - 7)$; f) $(5f + 2) \cdot (5f - 2)$;

Př. 3-35. Umocněte, použijte vhodný vzorec:

- a) $(a + 7)^2$; b) $(a + b)^2$; c) $(c - 9)^2$; d) $(c - d)^2$;
 e) $(2e + 5)^2$; f) $(3e + 2f)^2$; g) $(3g - 3)^2$; h) $(6g - 5h)^2$;
 i) $(9 + i)^2$; j) $(1 + 7j)^2$; k) $(4 - k)^2$; l) $(5 - 3l)^2$;
 m) $(2m + n)^2$; n) $(5m + 3n)^2$; o) $(8o - 2p)^2$; p) $(7o - 3p)^2$;
 q) $(q + 9r)^2$; r) $(2q + 2r)^2$; s) $(s - 4t)^2$; t) $(4s - 3t)^2$;
 u) $(-u + v)^2$; v) $(-u - v)^2$; w) $(-w + 4v)^2$; z) $(-3w - 2v)^2$;

Př. 3-36. Vypočítejte:

- a) $(a^2 + 2)^2$; b) $(b^3 - c)^2$; c) $(c^5 + d^4)^2$; d) $(3 + d^3)^2$;
 e) $(d - e^2)^2$; f) $(e^3 + f^3)^2$; g) $(4 + 2g^2)^2$; h) $(5h^3 - 2i)^2$;
 i) $(4h^3 + 3i^4)^2$; j) $(i^2 + 2j^2)^2$; k) $(7k^5 - 3l^3)^2$; l) $(6k^5 + 9i^2)^2$;

Př. 3-37. Vypočítejte:

- a) $(ab + 2)^2$; b) $(bc - d)^2$; c) $(3cd + 5ab)^2$;
 d) $(3 + de)^2$; e) $(4e - fg)^2$; f) $(2fg - 4cd)^2$;
 g) $(5g - 2hi)^2$; h) $(3h + 4hi)^2$; i) $(7gh - 4hi)^2$;
 j) $(3j^2k + l)^2$; k) $(j^2k - jk^2)^2$; l) $(3jk^4 + 4k^2l^3)^2$;

Př. 3-38. Vypočítejte:

- a) $5 \cdot (a + b)^2$; b) $7d \cdot (c - 5)^2$; c) $6e \cdot (e - f) \cdot (e + f)$;
 d) $2 \cdot (3g + 4h)^2$; e) $3i \cdot (2i - 9j)^2$; f) $m \cdot (5k - 6l) \cdot (5k + 5l)$;

Př. 3-39. Vypočítejte:

- a) $(a + b + c)^2$; b) $(2a + 3c + 4d)^2$; c) $(c + 1)^3$; d) $(c - d)^3$;
e) $(e - f + g)^2$; f) $(5e - 6f - g)^2$; g) $(3g - 2)^3$; h) $(4c - 3d)^3$;

Př. 3-40. Vypočítejte pomocí vzorce:

- a) $(a - 2) \cdot (a + 2)$; b) $(a + b) \cdot (a - b)$;
c) $(2c - 7) \cdot (2c + 7)$; d) $(5c - 6d) \cdot (5c + 6d)$;
e) $(6d + 5e) \cdot (6d - 5e)$; f) $(9 - 2f) \cdot (9 + 2f)$;
g) $(4g - 3h) \cdot (3h + 4g)$; h) $(2h + 5i) \cdot (-2h + 5i)$;
i) $(-7i - 6) \cdot (7i - 6)$; j) $(6 - 3j) \cdot (2 + j)$;
k) $(6k + 6l) \cdot (k - l)$; l) $(8l + 2) \cdot (12l - 3)$;
m) $(m^2 + 9) \cdot (m^2 - 9)$; n) $(2m^3 + 3n) \cdot (2m^3 - 3n)$;
o) $(n^3 + 5o^2) \cdot (n^3 - 5o^2)$; p) $(2o^4 + p^3) \cdot (2o^4 - p^3)$;
q) $(pq + r) \cdot (pq - r)$; r) $(3qr - 8) \cdot (3qr + 8)$;
s) $(5 + 2st) \cdot (5 - 2st)$; t) $(qr - 6st) \cdot (qr + 6st)$;
u) $(uv^2 - u^2v) \cdot (uv^2 + u^2v)$; v) $(s^3t^4 + u^2v^3) \cdot (s^3t^4 - u^2v^3)$;

Př. 3-41. Vypočítejte podle vzorce:

- a) $\left(\frac{1}{2}a + 4b\right)^2$; b) $\left(\frac{1}{3}c - \frac{1}{4}d\right)^2$; c) $\left(\frac{2}{5}e - \frac{1}{3}f\right) \cdot \left(\frac{2}{5}e + \frac{1}{3}f\right)^2$;
d) $\left(\frac{3}{5}g + \frac{5}{3}h\right)^2$; e) $(0,5 - 10i)^2$; f) $(0,1 - 4j) \cdot (0,1 + 4j)$;
g) $(1,2k + 4l)^2$; h) $(0,3m - 0,4)^2$; i) $(1,1n - 0,5o) \cdot (1,1n + 0,5o)$;

Př. 3-42. Zapište ve tvaru součinu (mocniny):

- a) $a^2 + 10a + 25$; b) $4b^2 - 12b + 9$; c) $c^2 - 81$;
d) $9d^2 + 18de + 9e^2$; e) $121 - 22e + e^2$; f) $f^2 - 25g^2$;
g) $g^2 + 2g + 1$; h) $16h^2 - 24hi + 9i^2$; i) $36i^2 - 49j^2$;
j) $j^4 + 8j^2 + 16$; k) $4k^6 - 4k^3l^2 + l^4$; l) $l^8 - 9m^2$;
m) $m^2n^2 - 10mn + 25$; n) $n^2o^4 - 2no^2p + p^2$; o) $9o^6p^2 - 4o^2p^4$;

Př. 3-43. Zapište ve tvaru součinu (mocniny):

- a) $4a^2 + 49 + 28a$; b) $+48bc + 64b^2 + 9c^2$; c) $24c + 144 + c^2$;
d) $25d^2 + 36 - 60d$; e) $-56ef + 49e^2 + 16f^2$; f) $-8ef + 4e^2 + f^2$;

Př. 3-44. Vytkněte a pak zapište ve tvaru součinu (mocniny):

- a) $27a^2 + 72ab + 48b^2$; b) $175c^2 - 70cd + 7d^2$; c) $14e^2 - 14f^2$;
d) $98g^2 + 168gh + 72h^2$; e) $9i^2j - 162ij + 729j$; f) $605k^2 - 20l^2$;
g) $9m^3 + 12m^2n + 4mn^2$; h) $48o^2p - 120op + 75p$; i) $9q^2r - 324r^3$;

Př. 3-45. Vypočítejte podle vzorce:

- a) $(a + b)^2 - (a - b)^2$; b) $(c + 4d)^2 + (4c + 3d)^2$;
c) $(3e + 2f)^2 - (3f + 2e)^2$; d) $(g - 5)^2 + (5g - 1)^2$;
e) $(3h + 1)^2 + (4h - 3)^2$; f) $(6i - 8j)^2 - (7i - 2j)^2$;

3.3 Slovní úlohy

Př. 3-46. Zapište číselným výrazem a vypočítejte. U druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) součet čísel 86 a 13 ;
b) pětinasobek rozdílu čísel 12 a 9 ;
c) součin čísel odmocnina z 81 a $\frac{1}{3}$;
d) třetí mocnina podílu čísel 100 a 25;
e) pětinasobek čísla 10 zmenšeného o 7, zmenšený o 8 ;
f) podíl čísla o 4 menší než 20 a čísla odmocnina z 64;
g) součin pětinasobku čísla 3 a čísla o 3 menší než číslo 2 ;
h) třetí mocnina z odmocniny součinu čísel 18 a 2 ;
i) rozdíl odmocniny čísla 81 a druhé mocniny součtu čísel 1 a 2 ;
j) součin $\frac{2}{7}$ a rozdílu čísel 30 a 9 ;
k) součet čísel 24 a 4 zmenšený o jejich podíl.

Př. 3-47. Pojmenujte následující závorky a) $()$; b) $[]$; c) $\{ \}$.

Př. 3-48. Zapište jako výraz s proměnnou (proměnnými):

- a) rozdíl čísel a a b ;
- b) číslo b zvětšené o 5 ;
- c) součin čísla b a čtvrtiny čísla c ;
- d) trojnásobek rozdílu čísel c a d zmenšený o číslo a ;
- e) polovina součtu čísel druhá mocnina d a třetí mocnina e ;
- f) podíl druhé odmocniny z e a čísla f zmenšené o 6;
- g) součin čísla o pět menší než číslo f a čísla g zvětšené o číslo b ;
- h) rozdíl čísel g a h zvětšený o jejich podíl.

Př. 3-49. Zapište jako výraz s proměnnými, vycházejte vždy z předchozího kroku. Máme číslo x , přičtěte 8, umocněte na druhou, odečtěte y , vydělte sedmi, odečtěte z . Dosadte $x = -3$, $y = 4$, $z = -9$ a vypočítejte.

Př. 3-50. Pan Vrána koupil 4 modré papíry, žlutých o 7 víc než modrých a červených o 9 méně než žlutých. Kolik měl celkem papírů? Kolik stál jeden papír, když celkem zaplatil 34 Kč?

Př. 3-51. Jaký je obvod trojúhelníku, který má délky stran $a = 7$ cm, $b = 8$ cm a $c = 9$ cm?

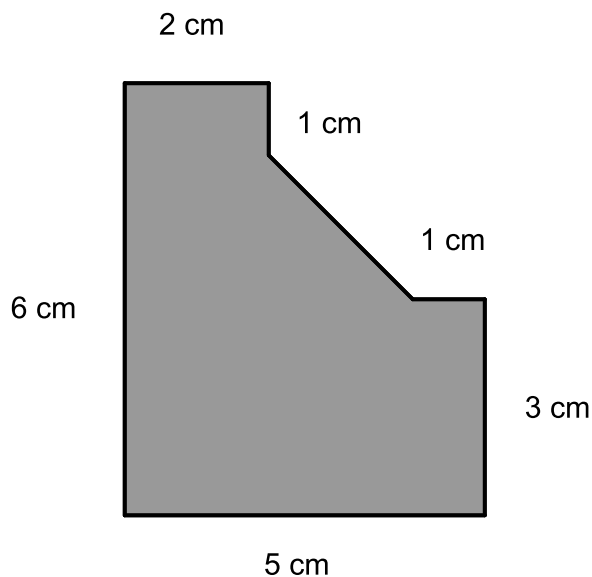
Př. 3-52. První den utratil Lukáš 30 Kč, druhý den o 15 Kč víc než první den a ve třetí den dvě třetiny toho, co za oba předešlé dny. Kolik utratil celkem? O kolik utratil třetí den víc než druhý den?

Př. 3-53. Zapište výpočet obsahu šedého obrazce na obrázku 3.1 a vypočítejte jeho obsah.

Př. 3-54. Vzoreček pro výpočet střední příčky lichoběžníku je $(a + c) : 2$, kde a , c jsou základny. Vypočítejte délku střední příčky lichoběžníku pro hodnoty:

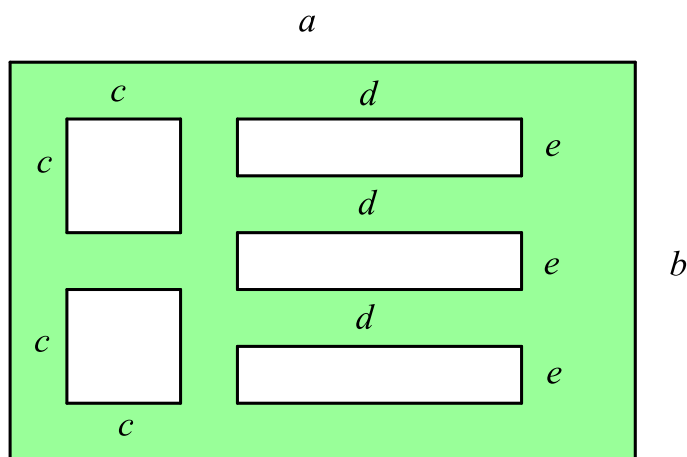
- a) $a = 9$ cm a $c = 4$ cm, b) $a = 5$ cm a $c = 1$ cm, c) $a = 3x$ cm a $c = x$ cm.

Př. 3-55. Máme trojúhelník ABC . Zapište vzoreček pro součet vnitřních úhlů trojúhelníku a vypočítejte velikost úhlu α , mají-li zbývající úhly velikost 75° a 30° . Jaký je tento trojúhelník?



Obr. 3.1 Obsah obrazce

Př. 3-56. Napište vzoreček pro výpočet obsahu zelené části na obrázku 3.2, do níž jsou vyříznuty dva čtverce a tři obdélníky, pak dosadte za proměnné konkrétní hodnoty $a = 11$ dm, $b = 7$ dm, $c = 2$ dm, $d = 5$ dm, $e = 1$ dm a vypočítejte obsah zelené části.



Obr. 3.2 Zelená část

Př. 3-57. Zapište vzorečky pro výpočet obvodu pravidelného a) trojúhelníku, b) čtyřúhelníku, c) sedmiúhelníku, d) n -úhelníku. Vypočítejte jejich konkrétní velikosti pro velikost stran 8 cm. Jak jinak můžeme nazývat pravidelný trojúhelník a čtyřúhelník?

Př. 3-58. Máme pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou a a s odvěsnami b , c . Zapište pomocí stran vzoreček pro výpočet obvodu i obsahu. Pak vypočítejte konkrétní

hodnoty dosazením do vzorečků $a = 10$ cm, $b = 6$ cm, $c = 8$ cm.

Př. 3-59. Jaký je obsah obdélníku se stranami $x + 3$ cm a $y + 2$ cm?

Př. 3-60. Jaký je povrch a objem kvádrů o rozměrech x cm, $x + 2$ cm a $x - 3$ cm?

Př. 3-61. Pvrch krychle je $6a^2 + 36a + 54$ cm². Jaká je její hrana?

Př. 3-62. Obdélník má strany délek 5 cm a 3 cm. Jaký je jeho obsah a obvod? Jaký je obsah a obvod nového obdélníku, jestliže zvětšíme délku strany 5 cm o x cm?

Př. 3-63. Krychle má hranu délky x m. Jaký je její objem, povrch a součet délek všech hran? Jaký je objem, povrch a součet délek všech hran nové krychle, jestliže zvětšíme délku hrany krychle o 4 m?

Př. 3-64. Lukáš má x kartiček, Petra má o 4 víc a Martin má polovinu kartiček, než mají Lukáš a Petra dohromady. Kolik má každý kartiček?

Př. 3-65. V podniku pracuje x mužů. Žen o 23 více. Kolik přijde do práce osob, když jsou 3 muži a 5 žen ve stavu pracovní neschopnosti?

Př. 3-66. V hotelu pracuje $x + 9$ mužů a y žen. Kolik přijde do práce osob, když dovolenou mají 2 muži a 3 ženy? Vyjádřete zlomkem počet osob na dovolené z celkového počtu pracujících v hotelu.

Př. 3-67. Mirek si koupil první den 2 žvýkačky, druhý den x žvýkaček, třetí den y žvýkaček a čtvrtý den o 1 méně než polovinu ze součtu druhého a třetího dne. Zapište pomocí výrazu, kolik si koupil žvýkaček za všechny čtyři dny.

Př. 3-68. Petr si jde koupit sladkosti do cukrárny. Malé lízátko stojí 6 Kč, střední 8 Kč, velké 12 Kč a čokoláda 25 Kč. Zapište pomocí výrazu s proměnnými, kolik zaplatí za sladkosti, pokud ještě neví, kolik si čeho koupí. Jaká je jeho útrata, pokud si koupí tři malá lízátka, žádné střední, jedno velké a čtyři čokolády?

Př. 3-69. Při návštěvě koupaliště se platí 35 Kč za parkování, 12 Kč za osobu plavčíkovi a samotné vstupné dospělí 30 Kč, děti 15 Kč. Všechny ceny jsou na dobu jednoho dne. Sestav vzoreček, který bude brát v úvahu všechny možné výdaje a bude možné pomocí něho vypočítat celkovou sumu výdajů při návštěvě koupaliště v jednom dni. Kolik zaplatí a) rodina, která přijde pěšky a skládá se ze 2 dospělých a 3 dětí, b) přijede v autě a má 2 dospělé a 1 dítě?

Př. 3-70. Loď pluje stálou rychlostí x km za hodinu. Kolik urazí metrů a) za 10 minut, b) za hodinu a půl? Kolik urazí kilometrů za den?

Př. 3-71. V pytlíku je x modrých, y červených a z žlutých kuliček. Kolik je v pytlíku kuliček? Vyjádřete zlomkem počet červených kuliček z celkového počtu kuliček v pytlíku.

Př. 3-72. Petr se rozhodl, že svým kamarádům koupí dárky. Vzal si z pokladničky nastřádané peníze a šel. V prvním obchodě utratil $\frac{3}{10}$ nastřádaných peněz, v druhém obchodě $\frac{2}{7}$ ze zbylých peněz a v třetím obchodě ještě 30 Kč. Zapiš pomocí výrazu s proměnnou, kolik peněz mu na konci zbylo. Kolik mu zbylo, jestli měl původně a) 300 Kč, b) 700 Kč?

Př. 3-73. Platí následující rovnost $(a - b)^2 = (b - a)^2$? Pokud ano, zkuste vysvětlit proč.

3.4 Výsledky a řešení:

3-1 a) -4 ; b) 3 ; c) $0,4$; d) -6 ; e) 6 ; f) -1 ; g) 19 ; h) -25 ; i) $1,35$; j) 1 ; k) 5 ; l) -3 ;

3-2 a) -40 ; b) -3 ; c) 102 ; d) 48 ; e) 11 ; f) 7 ; g) 56 ; h) -6 ; i) 32 ; j) 14 ; k) 42 ; l) $-0,8$; m) 1 ; n) 6 ; o) -22 ; p) $-\frac{8}{3}$; q) 111 ; r) $-\frac{17}{3}$;

3-3 a) $3,3$; b) $-0,6$; c) $1,3$; d) -16 ; e) 7 ; f) $\frac{11}{8}$; g) $\frac{23}{19}$; h) 30 ; i) 7 ; j) 3 ;

3-4 a) 300 ; b) 977 ; c) 25 ; d) 80 ; e) 52 ; f) 18 ; g) 200 ; h) 138 ; i) -3 ; j) 47 ; k) 4 ; l) 7 ; m) -3 ; n) -1 ; o) 7 ; p) 25 ; q) 28 ; r) 1 ; s) 7 ; t) 19 ;

3-5 a) -1 ; b) -4 ; c) 44 ; d) 54 ; e) $25,5$; f) 16 ; g) $-\frac{14}{3}$; h) $\frac{13}{15}$;

3-6

x	1	2	3	0	-1	$\frac{1}{3}$	0,2
$3x + 7$	10	13	16	7	4	8	7,6
$2(5 - x) + 3$	11	9	7	13	15	$\frac{37}{3}$	12,6
$x^2 - 3x$	-2	-2	0	0	4	$-\frac{8}{9}$	-0,56
$\frac{4(3x - 2)}{6 - 5x}$	4	-4	$-\frac{28}{9}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{20}{11}$	$-\frac{12}{13}$	-1,4

3-7

x	2	3	1	0	4	-2	$\frac{1}{2}$
y	1	0	-1	2	4	-2	$\frac{3}{2}$
$3x + 2y$	8	9	1	4	20	-10	4,5
$2(7 - x) + 2y$	12	8	10	18	14	14	16
$x^2 - 3xy$	-2	9	4	0	-32	-8	-2
$x^3 - 2(x - y)$	6	21	-3	4	64	-8	$\frac{17}{8}$
$\frac{(x^3 - 2y)}{(x - y)^2 + 1}$	3	27	0,6	$-\frac{4}{5}$	56	-4	$-\frac{23}{16}$

3-8

x	2	3	1	0	4	-1	-2
y	1	0	-1	2	4	-1	4
z	-3	3	-2	2	1	-1	0
$4x - 3y + 3z$	-4	21	1	0	7	-4	-20
$x(y - z) + 3$	11	-6	4	3	15	3	-5
$x^2 - y^2 + z^2$	12	18	4	0	1	1	-12
$x^3 - 2xy$	14	27	-3	-8	56	-3	-8
$\frac{(2x + y - 1)}{(y - 2z + 2)^2}$	$\frac{4}{81}$	$\frac{5}{16}$	0	NŘ	$\frac{11}{16}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{1}{36}$

vysvětlivka: NŘ - nemá řešení

3-9 a) 4; b) 9; c) 0,5; d) 14; e) -1; f) -54; g) 500; h) 13; i) 16; j) -96; k) 8; l) 21;**3-10** a) -8; b) -4; c) 23; d) -90; e) -60; f) -7; g) 3; h) -2;**3-11** a) $4b^2$; 5; ab ; b) $a^2 + 3$; $a^4 - b^3$; $4a^2 - 23$; c) $3a + b^2 + 2$; $ab - b + 3$;**3-12** a) třetího; b) prvního; c) pátého; d) čtvrtého; e) prvního; f) nultého; g) třetího; h) osmého; i) pátého;**3-13** a) a^3 ; b) $2b^4$; c) $0,4c^2$; d) $-d^3$; e) $20a$; f) $6b^4$; g) $-20c^2$; h) $-42d^2$; i) $9ab$;j) $36b^2c^2$; k) $35cd$; l) $-d^2e$; m) a^6 ; n) $2b^{10}$; o) $1,2c^8$; p) $-2d^6$; q) $8a^2b^2$; r) $4b^2c^{10}$;s) $12d^2ef$; t) $0,5c^4d^4$; u) $9a^3 + 28b^2 + 3ab$; v) $0,4b^6c - 4bc + 3c^6$;w) $-14,4c^3d - 12cd^3$; z) $d^5 + 4de^2f + 12e^6f^2$;**3-14** a) $8a$; b) $2b$; c) $5c^3$; d) 0; e) $-3e$; f) $7f^6$; g) $7g^4 + 1$; h) $9a + 7h^2$; i) $2i^2 - 2i$;j) $j^3 + 3j^2$; k) 0; l) $1,5b^5 + 7,2l^5$; m) $6cm + m$; n) $9dn^2 - 5dn + 13$; o) $o^3 + 11o^2 + 1$;p) $-p^34p^2 + 4p$; q) $11q - 1$; r) $3b^2 - 3r + 9$; s) $6a^2s - 6as^2$; t) $3ct + c + t$; u) $-2b^2 - u$;

v) $-6c^2v + 2cv^2$;

- 3-15** a) $6a - 9$; b) $3b + 2$; c) $5c^2 - 9c$; d) $2d - 1$; e) $8e + f - 6$; f) $e + 6f + 3$;
g) $5e + 6g - 3$; h) $2h^3 - 4h^2 + 2h$; i) $4,1i^2 + 6,7i - 9$; j) $-0,4j + 2,1$; k) $12i + 6j - 2k$;
l) $3kl + 7k - 2l$; m) $4b + m + 3$; n) $2n^2 + 2mn + m + n$; o) 10 ; p) $2op^2 + op$;
q) $-7q^3 + 9q^2 - 4q - 8$; r) $4q^3 - 5r^3 + 5r + 9q + 3$;
- 3-16** a) $-2a$; b) $8a$; c) $4a - 8b + 10c$; d) $2a^2b^2 - 10a^2b - 4ab^2 - 14ab$; e) $5ab + 11ac - 10ad$;
f) $2f$; g) $-5f + 7g$; h) $-11h$; i) $-11h - 18i$; j) $\frac{29}{3}j + \frac{1}{4}i$; k) $-\frac{8}{5}k + \frac{17}{5}l$;
- 3-17** a) $35a$; b) $-18b^2$; c) $24bc$; d) $-16c^3d^2$; e) $1,5de$; f) $42e^4f$; g) $8g^2$; h) $-28h^5$;
i) $2,4h^4i$; j) $36hi^6j^6$; k) j^4k^3 ; l) $-14j^9k^2l^8$;

3-18

.	x	y	$-2x^2$	$7y^5$	$3xy^3$	$0,4xyz$	$\frac{1}{2}x^2y^3z$
$2x$	$2x^2$	$2xy$	$-4x^3$	$14xy^5$	$6x^2y^3$	$0,8x^2yz$	x^3y^3z
$-3y$	$-3xy$	$-3y^2$	$6x^2y$	$-21y^6$	$-9xy^4$	$-1,2xy^2z$	$-1,5x^2y^4z$
$-z^2$	$-xz^2$	$-yz^2$	$2x^2z^2$	$-7y^5z^2$	$-3xy^3z^2$	$-0,4xyz^3$	$-0,5x^2y^3z^3$
$4x^2y$	$4x^3y$	$4x^2y^2$	$-8x^4y$	$28x^2y^6$	$12x^3y^4$	$1,6x^3y^2z$	$2x^4y^4z$
xyz	x^2yz	xy^2z	$-2x^3yz$	$7xy^6z$	$3x^2y^4z$	$0,4x^2y^2z^2$	$0,5x^3y^4z^2$

- 3-19** a) $120a^7b^6$; b) $-135a^6b^6$; c) $24c^9d^2$; d) $-72c^9d^9$; e) $28a^7b^3c^8$; f) $-20a^6b^7c^7$;
g) $g^{15}h^{19}$; h) $80^{17}h^8$; i) $4i^{12}j^9k^7$; j) $144i^6j^{12}k^{12}$;
- 3-20** a) $9a + 27$; b) $8 - 12b$; c) $4c - 2b$; d) $d^2 + 8$; e) $8ed + 6e$; f) $-12f^2 - 6ef$;
g) $-6fg^2 + 10fg$; h) $h^3 + 2h$; i) $30i^3 - 15hi^2$; j) $-14hj - 8ij$; k) $14k^5 + 7k^3$;
l) $2kl^4 - 4jl^3$; m) $6l^2m + 9lm^3$; n) $4m^3n^38m^2n^4$; o) $4n^7o - 24n^2o^3$;
p) $4n^2o^2p + 7n^3op$; q) $6o^2p^3q^3 - 9op^3q^5$; r) $5p^7q^3r - 40p^5q^4r^3$;
- 3-21** a) $18a + 27b^2 + 27ab$; b) $15a^4 - 20a^2b + 5a^2$; c) $2c^5d^2 - 4c^2d^4 + 5cd^2$;
d) $6c^5d^5 + 4c^{12}d^4 + 10c^6d^8$; e) $6d^3e^2 + 24d^3e^3 - 21de^5 + 15d^4e^6$;
f) $d^2e^3f^6 + 5de^3f^5 + d^3e^4f^3 - def^2$; g) $12g^{12} - 9g^{11} - 3g^8 + 15g^7 - 21g^6 + 6g^4 + 27g^3$;
h) $-6g^5h^5 + 2g^3h^6 - 14g^2h^6 + 10g^4h^4 - 2g^3h^4 + 2g^2h^4 - 18g^2h^3$;
- 3-22** a) $a^2 + 9a + 14$; b) $3b^2 + 2b - 8$; c) $-2c^2 + 11c - 14$; d) $6d^2 + 17d + 5$;
e) $2e^2 - 4de + 6d - 3e$; f) $-7e^2 - 2f^2 + 15ef$; g) $df - 3dg + 2ef - 6eg$;
h) $54gh$; i) $21h^2 - 2i^2 - hi$; j) $2i^2 + 2j^2 + 5ij$; k) $-15j^2 - 6k^2 + 19jk$;
l) $21ik - 12il + 7jk - 3jl$;
- 3-23** a) $2a^3 - 4a^2b + 4b^2 - 2ab$; b) $6b^4 - 4a^3 + 8a^2b^3 - 3ab$;
c) $-6c^6 - 27c^4 + 10c^2d^2 + 45d^2$; d) $-21c^7 + 10d^4 + 35c^3d^3 - 6c^4d$;
e) $15f^8 + 8e^6 - 10e^2f^5 - 12e^4f^3$; f) $-12e^3f^4 - 9e^2f^4 + 4e^3f + 3e^2f$;
g) $3g^4 + 10g^3 + 8g^2$; h) $2h^7 - 3h^6 + 6h^4 - 9h^3$; i) $2i^6 - 4i^4j - 6i^4 + 12i^2j$;

- j) $-21j^8 + 35j^5 - 3i^3j^5 + 5i^3j^2$; k) $-15i^4l^5 + 15j^3l^5 - 12j^3k + 12i^4k$;
 l) $99i^2k^4 - 18j^3l^3 + 33j^3k^4 - 54i^2l^3$; m) $-m^5n^3 + m^3n^5 + m^4n^2 - m^2n^4$;
 n) $12m^7n^2 + 8m^6n^3 - 10m^2n^6 - 15m^3n^5$;
- 3-24** a) $ad + ae + af + bd + be + bf + cd + ce + cf$; b) $b^7 + b^5 + b^3$;
 c) $-6c^5 + 2c^4 - 3c^3 + 28c^2 - 9c$; d) $18d^7 - 12d^6 - 54d^5 + 12d^3 - 8d^2 - 36d$;
 e) $28e^6 + 9e^5 - e^4 + 6e^3$; f) $4f^7 + 4f^6 + 8f^4 + 6f^3 + 3f$;
 g) $5g^4 + 4g^3 + 5g^2 + 5gh^2 + 4h^2 + 4g$; h) $4h^7 + 2h^5 - g^2h^4 + 12gh^3 - 3g^3 + 6gh$;
 i) $i^{12} + 2i^{11} + 3i^{10} + 2i^9 + i^8$; j) $10j^6 + 3j^5 - 10j^4 + 3j^3$;
- 3-25** a) $8a^2$; b) $b^2 + 3b$; c) $14c^2 - 12$; d) $-10d^3 + 105d^2$; e) $8e^2 - 11e - 17$;
 f) $3f^2 - 12fg - g^2$;
- 3-26** a) $a \cdot (7 + 6)$; b) $2b \cdot (4 - 5)$; c) $c \cdot (4 + 3)$; d) $3d \cdot (4 - 5)$; e) $e \cdot (1 + 8)$;
- 3-27** a) $3 \cdot (3a + 2)$; b) $4 \cdot (1 - b)$; c) $3 \cdot (c + d)$; d) $5 \cdot (c - 3d)$; e) $2 \cdot (5e + 4f)$;
 f) $2 \cdot (3e - f)$; g) $7g \cdot (2g + 3)$; h) $5h^2 \cdot (3h^2 - 2)$; i) $3i \cdot (i + 1)$; j) $j^2 \cdot (7j - 12)$;
 k) $2k^3 \cdot (4k^3 + 3)$; l) $2l \cdot (11l^2 - 12)$; m) $8mn \cdot (2m + 3n)$; n) $m^2n^3 \cdot (4m^3 - 3n)$;
 o) $2o^4 \cdot (10p^3 - 9)$; p) $6o^4p^7 \cdot (2 + 3op^2)$; q) $q^4r \cdot (5r^2 - 6)$; r) $5q^3r^2 \cdot (3r + q^2)$;
 s) $-2s^3 \cdot (8t^3 + 3s^2)$; t) $s^2t^2 \cdot (13st^3 - 10)$; u) $2t^6 \cdot (7s^3 - 6t^2)$;
- 3-28** a) $0,4 \cdot (2a + 1)$; b) $0,7 \cdot (2 - b)$; c) $4,2 \cdot (c + 1)$; d) $0,3 \cdot (c - 5d)$; e) $0,2 \cdot (3e + 4f)$;
 f) $0,1 \cdot (2e - f)$; g) $0,3g \cdot (5g^2 + 6)$; h) $0,4h^3 \cdot (3h^2 - 1)$; i) $1,5i \cdot (i + 3)$;
 j) $0,3j^2k^3 \cdot (j + 14k)$; k) $1,1j^6k^4 \cdot (2 - 3k^2)$; l) $0,2k^3 \cdot (4kl^3 - 1)$;
- 3-29** a) $2 \cdot (3a - 2b + 4)$; b) $4 \cdot (3a + 4b + 5c)$; c) $c \cdot (5c^5 + 4c^3 + 6)$; d) $8e^3 \cdot (2e^6 - 3e^2 + 4)$;
 e) $7e^4 \cdot (3e^3 + 2e + 1)$; f) $6f \cdot (3f^6 - 7f^3 + 6)$; g) $gh \cdot (7h^2 + 9h + 6)$;
 h) $2gh \cdot (7gh + 6g + 5h)$; i) $2ij \cdot (4i + 3j + 1)$; j) $9ij \cdot (3i^2j^2 - 2ij + 4)$;
 k) $kl^2 \cdot (5k^2 + 6kl + 7)$; l) $4k^3l^2 \cdot (4l - 5k + 9)$; m) $m^3n^2 \cdot (6m^2 + 14n^4 + 6m)$;
 n) $mn \cdot (m^2n^3 - 5m^4 + 10n^3)$; o) $o^5p^5q^5 \cdot (o^2pq^2 + p^2 + oq)$;
 p) $5o^3p^2q \cdot (3oq^3 - 5p + 6p^2q^2)$;
- 3-30** a) $(a+b) \cdot (3-2a)$; b) $(a-b) \cdot (4b+a)$; c) $(c-7d) \cdot 2 \cdot (3c^2-d)$; d) $(2+d) \cdot d \cdot (5c-8)$;
 e) $(5e-3) \cdot e^2f^2 \cdot (7e-3f)$; f) $(2e+3f) \cdot (5e^2f-1)$; g) $(g-h) \cdot 5g^2h^2 \cdot (h+2)$;
 h) $(g+h) \cdot (g^4h^3-7)$; i) $(i+j) \cdot (4i-j)$; j) $(8-j) \cdot (i-3j)$; k) $(3k+2l) \cdot (5l^2+4k)$;
 l) $(2+k) \cdot k^3l \cdot (5l-6k)$; m) $(5m-3) \cdot 3m \cdot (3-m^3)$; n) $(2m-5n) \cdot (5m^2n^2+1)$;
 o) $(o+2) \cdot (8-p)$; p) $(o-p) \cdot (6o+7)$; q) $(p^2-7q) \cdot (2o^2-5)$; r) $(q+r) \cdot (-q^3-r+6)$;
 s) $(7r-8) \cdot (7s^2+s-5)$; t) $-(s+t)$; u) $(3u-v) \cdot 2 \cdot (8-3t)$; v) $(v^2-2u) \cdot 15$;
 w) 0 ;
- 3-31** a) $(2a+b) \cdot (3c+d)$; b) $(7e+2f) \cdot (3g-5h)$; c) $2 \cdot (3i-4j) \cdot (5k-l)$;
 d) $3 \cdot (11m-6n) \cdot (5o+6p)$; e) $(4q-7r) \cdot (9s-5t)$; f) $5 \cdot (2u+3v) \cdot (w+5x)$;
- 3-32** a) $2a$; b) $-5b^2$; c) $2,5bc$; d) $2c+d$; e) $5e^3-e^2$; f) $-2ef-0,5f$; g) $3f+6g+2$;
 h) g^3h+gh^3-2 ; i) $\frac{g^4h}{3} - \frac{hi^2}{3} - \frac{i}{3}$; j) $12j+8$; k) $3j^2+9k$; l) $2l^3m-3n$;

- 3-33** a) $21a - 14$; b) $13b + 10$; c) $7b - 2c$; d) $22d - 19$; e) $24d + e$;
- 3-34** a) $a^2 + 4a + 4$; b) $b^2 - 6b + 9$; c) $c^2 - 16$; d) $9d^2 + 30d + 25$; e) $16e^2 - 56e + 49$;
f) $25f^2 - 4$;
- 3-35** a) $a^2 + 14a + 49$; b) $a^2 + 2ab + b^2$; c) $c^2 - 18c + 81$; d) $c^2 - 2cd + d^2$;
e) $4e^2 + 40e + 25$; f) $9e^2 + 12ef + 4fb^2$; g) $9g^2 - 18g + 9$; h) $36g^2 - 60gh + 25h^2$;
i) $i^2 + 18i + 81$; j) $49j^2 + 14j + 1$; k) $k^2 - 8k + 16$; l) $9l^2 - 30l + 25$; m) $4m^2 + 4mn + n^2$;
n) $25m^2 + 30mn + 9n^2$; o) $64o^2 - 32op + 4p^2$; p) $49o^2 - 42op + 9p^2$;
q) $q^2 + 18qr + 81r^2$; r) $4q^2 + 8qr + 4r^2$; s) $s^2 - 8st + 16t^2$; t) $16s^2 - 24st + 9t^2$;
u) $u^2 - 2uv + v^2$; v) $u^2 + 2uv + v^2$; w) $16v^2 - 8vw + w^2$; z) $4v^2 - 12vw + 9w^2$;
- 3-36** a) $a^4 + 4a^2 + 4$; b) $b^6 - 2b^3c + c^2$; c) $c^{10} + 2c^5d^4 + d^8$; d) $9 + 6d^3 + d^6$; e) $d^2 - 2de^2 + e^4$;
f) $e^6 + 2e^3f^3 + f^6$; g) $16 + 16g^2 + 4g^4$; h) $25h^6 - 20h^3i + 4i^2$; i) $16h^6 + 24h^3i^4 + 9i^8$;
j) $i^4 + 4i^2j^2 + 4j^4$; k) $49k^{10} - 42k^5l^3 + 9l^6$; l) $36k^{10} + 108k^5i^2 + 81i^4$;
- 3-37** a) $a^2b^2 + 4ab + 4$; b) $b^2c^2 - 2bcd + d^2$; c) $25a^2b^2 + 30abcd + 9c^2d^2$; d) $9 + 6de + d^2e^2$;
e) $16e^2 - 8efg + f^2g^2$; f) $16c^2d^2 - 16cdef + 4f^2g^2$; g) $25g^2 - 20ghi + 4g^2i^2$;
h) $9h^2 - 24h^2i + 16h^2i^2$; i) $49g^2h^2 + 56gh^2i + 16h^2i^2$; j) $9j^4k^2 + 6j^2kl + l^2$;
k) $j^4k^2 - 2j^3k^3 + j^2k^4$; l) $9j^2k^8 + 24jk^6l^3 + 16k^4l^6$;
- 3-38** a) $5a^2 + 10ab + 5b^2$; b) $7c^2d - 70cd + 175cd$; c) $6e^3 - 6ef^2$; d) $18g^2 + 48gh + 32h^2$;
e) $12i^3 - 162i^2j + 243ij^2$; f) $25k^2m - 36l^2m$;
- 3-39** a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$; b) $4a^2 + 9c^2 + 16d^2 + 12ac + 16ad + 24cd$;
c) $c^3 + 3c^2 + 3c + 1$; d) $c^3 - d^3 - 3c^2d + 3cd^2$; e) $e^2 + f^2 + g^2 - 2ef + 2eg - 2fg$;
f) $25e^2 + 36f^2 + g^2 - 60ef + -10eg + 12fg$; g) $27g^3 - 18g^2 - 12g + 8$;
h) $64c^3 - 27d^3 - 144c^2d + 108cd^2$;
- 3-40** a) $a^2 - 4$; b) $a^2 - b^2$; c) $4c^2 - 49$; d) $25c^2 - 36d^2$; e) $36d^2 - 25e^2$; f) $81 - 4f^2$;
g) $16g^2 - 9h^2$; h) $25i^2 - 4h^2$; i) $36 - 49i^2$; j) $3j^2 - 12$; k) $6k^2 - 6l^2$; l) $96l^2 - 6$;
m) $m^4 - 81$; n) $4m^6 - 9n^2$; o) $n^6 - 25o^4$; p) $4o^8 - p^6$; q) $p^2q^2 - r^2$; r) $9q^2r^2 - 64$;
s) $25 - 4s^2t^2$; t) $q^2r^2 - 36s^2t^2$; u) $u^2v^4 - u^4v^2$; v) $s^6t^8 - u^4v^6$;
- 3-41** a) $\frac{1}{4}a^2 + 4ab + 16b^2$; b) $\frac{1}{9}c^2 - \frac{1}{6}cd + \frac{1}{16}d^2$; c) $\frac{4}{25}e^2 - \frac{1}{9}f^2$; d) $\frac{9}{25}g^2 + 2gh + \frac{25}{9}h^2$;
e) $0,25 - 10i + 100i^2$; f) $0,01 - 16j^2$; g) $1,44k^2 + 9,6kl + 16l^2$;
h) $0,09m^2 - 0,24m + 0,16$; i) $1,21n^2 - 0,25o^2$;
- 3-42** a) $(a + 5)^2$; b) $(3 - 2b)^2$; c) $(c - 9) \cdot (c + 9)$; d) $(3d + 3e)^2$; e) $(11 - e)^2$;
f) $(f - 5) \cdot (f + 5)$; g) $(g + 1)^2$; h) $(4h - 3i)^2$; i) $(6i - 7j) \cdot (6i + 7j)^2$;
j) $(j^2 + 4)^2$; k) $(2k^3 - l^2)^2$; l) $(l^4 - 3m) \cdot (l^4 + 3m)$; m) $(mn + 5)^2$; n) $(no^2 - p)^2$;
o) $(3o^3p - 2op^2) \cdot (3o^3p + 2op^2)$;
- 3-43** a) $(2a + 7)^2$; b) $(8b + 3c)^2$; c) $(12 + c)^2$; d) $(5d - 6)^2$; e) $(7e - 4f)^2$; f) $(2e - f)^2$;
- 3-44** a) $3 \cdot (3a + 4b)^2$; b) $7 \cdot (5c - d)^2$; c) $14 \cdot (e - f) \cdot (e + f)$; d) $2 \cdot (7g + 6h)^2$;
e) $9j \cdot (i - 9)^2$; f) $5 \cdot (11k - 2l) \cdot (11k + 2l)$; g) $m \cdot (3m + 42n)^2$; h) $3p \cdot (4o - 5)^2$;

- i) $9r \cdot (q - 6r) \cdot (q + 6r)$;
- 3-45** a) $4ab$; b) $17c^2 + 32cd + 25d^2$; c) $5e^2 - 5f^2$; d) $26g^2 - 20g + 26$; e) $25h^2 - 18h + 10$;
f) $-13i^2 - 68ij + 60j^2$;
- 3-46** a) $86 + 13 = 99$; b) $5 \cdot (12 - 9) = 15$; c) $\sqrt{81} \cdot \frac{1}{3} = 3$; d) $(100 : 25)^3 = 64$;
e) $5 \cdot (10 - 7) - 8 = 7$; f) $(20 - 4) : \sqrt{64} = 2$; g) $5 \cdot 3 \cdot (2 - 3) = -15$;
h) $(\sqrt{18 \cdot 2})^3 = 216$; i) $\sqrt{81} - (1 + 2)^2 = 0$; j) $\frac{2}{7} \cdot (30 - 9) = 6$;
k) $24 + 4 - 24 : 4 = 22$;
- 3-47** a) kulaté; b) hranaté; c) složené;
- 3-48** a) $a - b$; b) $b + 5$; c) $b \cdot \frac{c}{4}$; d) $3 \cdot (c - d) - a$; e) $\frac{d^2 + e^3}{2}$; f) $\sqrt{e} : (f - 6)$; g) $(f - 5) \cdot (g + b)$;
h) $g - h + g : h$;
- 3-49** $((x + 8)^2 - y) : 7 + z$; 12;
- 3-50** 17; 2 Kč;
- 3-51** 24 cm;
- 3-52** 125; o 5 Kč;
- 3-53** např. $6 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + (2 \cdot 2) : 2$; 23 cm^2
- 3-54** a) $S = 6,5 \text{ cm}$; b) $S = 3 \text{ cm}$; c) $S = 2x \text{ cm}$;
- 3-55** $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$; $\alpha = 30^\circ$; rovnoramenný;
- 3-56** $S = a \cdot b - 2c^2 - 3d \cdot e$; $S = 11 \cdot 7 - 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 5 \cdot 1 = 54 \text{ dm}^2$;
- 3-57** a) $S = 3a$; b) $S = 4a$; c) $S = 7a$; d) $S = n \cdot a$; a) $S = 24 \text{ cm}$; b) $S = 32 \text{ cm}$;
c) $S = 56 \text{ cm}$; d) $S = 8n \text{ cm}$; rovnostranný trojúhelník a čtverec
- 3-58** $O = a + b + c$; $S = (b \cdot c) : 2$; $O = 24 \text{ cm}$; $S = 24 \text{ cm}^2$;
- 3-59** $xy + 2x + 3y + 6 \text{ cm}^2$;
- 3-60** $6x^2 - 4x - 12 \text{ cm}^2$; $x^3 - x^2 - 6x \text{ cm}^3$;
- 3-61** $a + 3 \text{ cm}$;
- 3-62** původní: $O = 16 \text{ cm}$; $S = 15 \text{ cm}^2$; nový: $O = 16 + 2x \text{ cm}$; $S = 15 + 3x \text{ cm}^2$;
- 3-63** původní: $V = x^3 \text{ m}^3$; $S = 6x^2 \text{ m}^2$; $s_h = 12x \text{ m}$;
nová: $V = (x + 4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64 \text{ m}^3$; $S = 6(x + 4)^2 = 6x^2 + 48x + 96 \text{ m}^2$;
 $s_h = 12(x + 4) = 12x + 48 \text{ m}$;
- 3-64** Lukáš x , Petra $x + 4$; Martin $(2x + 4) : 2 = x + 2$;
- 3-65** $2x + 15$
- 3-66** $x + y + 4$; $\frac{x+y+4}{x+y+9}$
- 3-67** $2 + x + y + \frac{x+y}{2} - 1$
- 3-68** Celková cena = $6a + 8b + 12c + 25d$; a – počet malých lízátek;
 b – počet velkých lízátek; c – počet středních lízátek; d – počet balení čokolády;
130 Kč;
- 3-69** Celková cena = $35a + 12(c + d) + 30c + 15d$; a – počet zaparkovaných aut;

c – počet dospělých; d – počet dětí; a) 165; b) 146;

3-70 a) $\frac{1000x}{6}$ m; b) $1500x$ m; $24x$ km ;

3-71 $x + y + z$; $\frac{y}{x+y+z}$;

3-72 $x - \frac{3}{10}x - \frac{2}{7}(\frac{7}{10}x) - 30 = \frac{1}{2}x - 30$; a) 120 Kč; b) 220 Kč;

3-73 Ano platí, $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = (-1)(b-a)(-1)(b-a) = (b-a)(b-a) = (b-a)^2$;

Kapitola 4

Rovnice

4.1 Lineární rovnice

Př. 4-1. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $4a = 8$; b) $6b = 6$; c) $5c = 25$; d) $8d = 24$;
e) $7e = 0$; f) $3f = -12$; g) $-5g = -30$; h) $-2h = 14$;
i) $i + 2 = 8$; j) $3 + j = 6$; k) $k + 5 = 2k$; l) $l - 9 = 4l$;
m) $2m - 8 = 0$; n) $4 - 8n = 12$; o) $9o + 8 = 7o$; p) $3p - 7 = 4p$;

Př. 4-2. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $7a + 4 = 5a + 8$; b) $7b - 2 = 3b - 6$; c) $14c - 9 = 5c + 18$;
d) $4 + 8d = 3d - 21$; e) $9e + 2 = 2e + 9$; f) $19 - f = 7 + 3f$;
g) $4g + 3 = 4g - 9$; h) $3h - 5 = h - 5$; i) $3i + 8 = 8 + 3i$;

Př. 4-3. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $8a + 5 - 2a + 2 = 5a + 20 - 8$; b) $15b - 14 - b = 2 + 8b - 4$;
c) $17c - 4 - 12c = 4 - 5c + 12c + 8$; d) $10d - 9 - 7d = 6d + 5 - 4d - 2$;
e) $-6e + 6 - 5e + 19 = 4e - 8 + 7e$; f) $3f + 7 + 12 + 7f = 13 - 7f - f$;
g) $15g - 26 + 8g + 15 - 9g - 7 = 30 - 6g - 9 + 5g + g + 11 + 4g$;
h) $10h - 6h - 8 + 12 - 3 + 3h + 109 = 99 + h + 5 - 6h + 7 + 8h + 6 - 11$;
i) $21 - 6i - 9 + i - 4 + i - 3i + 16 = 42 - 3 + 6i - 12i - 10 + 5i + 1 + 3i$;

Př. 4-4. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $2a - (-17) + (-4a) + 12 - a = 3 - 8a - (-9) + (-8) + 5a$;
b) $6 - b - (-2b) - (-9) + 8b + (-7) = 14b - (-8) - 3 - 2b + 15 - (-b)$;

Př. 4-5. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $333a - 96 - 179a + 243 - 93a = 362 - 521a - 349 + 193a + 912$;
b) $779 - 581b + 624b - 992 + 253b - 703 = 939b - 872 - 814b + 356 + 371b$;

Př. 4-6. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $0,1a = 0,9$; b) $4b = -1,2$; c) $0,6c = 3$;
d) $1,4d = -2,8$; e) $-5e = 1,25$; f) $0,12 = 0,3f$;
g) $g + 0,3 = -0,8$; h) $h - 0,5 = 1,4$; i) $0,1i + 0,4 = 0,2i$;
j) $1,5j + 3 = 7,5$; k) $5,3 = 3,5k - 1,7$; l) $0,2l - 1,6 = 0,4l$;

Př. 4-7. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $0,8a - 1,4 - 3,5a = 2 - 2,3a - 4,2$;
b) $5,6 + 3a - 2,3 - 1,4 = 3,2 - 2,3a - 5 + 4,3a$;
c) $0,8 - 2c + 3,8 + 2c = 3,4c - 1,2 + 2,6c - 0,8$;
d) $4,4d - 5,8 - 2,1d - 3d = 6,4 - 2d - 1,2 + 2,8d + 1$;

Př. 4-8. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $\frac{a}{15} = \frac{3}{5}$; b) $\frac{4}{9} = \frac{b}{81}$; c) $\frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{c}{12}$; d) $\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{3}{4} - \frac{d}{36}$;

Př. 4-9. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $\frac{1}{2}a = 3$; b) $-\frac{3}{7}b = 6$; c) $\frac{5}{6}c = 25$; d) $\frac{4}{3}d = 8$;
e) $\frac{3}{2}e = 5$; f) $\frac{4}{9}f = -6$; g) $\frac{1}{4}g = \frac{1}{2}$; h) $\frac{2}{3}h = \frac{3}{4}$;
i) $\frac{1}{4}i + 2 = 8$; j) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}j = 6$; k) $k + \frac{2}{3} = 2k$; l) $\frac{1}{3}l - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}l$;
m) $\frac{4}{3}m - 8 = 0$; n) $\frac{2}{5} - \frac{1}{2}n = \frac{7}{5}$; o) $\frac{5}{2}o + 4 = \frac{7}{3}$; p) $\frac{2}{9}p - \frac{5}{6} = \frac{7}{18}p$;

Př. 4-10. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

a) $4\frac{3}{4} + a = 5\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}b + 3\frac{1}{6} = 6\frac{2}{3}$; c) $2\frac{3}{5} - c = c$; d) $d - 4\frac{1}{3} = 1\frac{5}{9}$;

Př. 4-11. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

a) $\frac{4}{5} + a = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$; b) $1\frac{2}{3} - b - \frac{1}{6} = 2b$; c) $3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}c = 1\frac{1}{8} + c - 2$;

Př. 4-12. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

a) $\frac{2}{3}a - \frac{5}{4} - \frac{1}{2}a = \frac{1}{3}a + \frac{1}{6} - \frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{8}b + \frac{7}{16} + \frac{1}{4}b = \frac{5}{2}b + \frac{3}{4} + \frac{1}{16} - \frac{3}{2}b$;
c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}c + \frac{5}{12} = \frac{7}{6}c + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}c$; d) $\frac{2}{5}d - \frac{3}{5} - \frac{3}{10}d + \frac{1}{2} = \frac{24}{25}d + \frac{1}{2} - \frac{4}{5}d$;
e) $\frac{1}{2}e - \frac{4}{5} - \frac{6}{7}e + \frac{9}{10} + \frac{5}{14}e - \frac{7}{35} = \frac{3}{2} - \frac{3}{5}e - \frac{9}{7} + \frac{3}{10}e - \frac{13}{70} + \frac{6}{35}e$;

Př. 4-13. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

a) $3 \cdot 2a + 7 \cdot 4 = 5 \cdot 3a - 2 \cdot 5 + 2$; b) $7 \cdot 3b - 14 \cdot 3 = 2 \cdot 19 - 6 \cdot 3b - b$;
c) $6 \cdot 4c + 5 \cdot 3c = 4 \cdot 4c - 7 \cdot 9 - 6$; d) $4d \cdot 11 + 7 \cdot 6 = 9 \cdot 10 - 3 \cdot 12 + 10$;

Př. 4-14. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

a) $3 \cdot (a + 7) - 3 = 9 \cdot (a + 12)$;
b) $8 \cdot (2b - 12) + 11 = 5 \cdot (6b + 11)$;
c) $12 \cdot (3c - 5) + 11 = 10 \cdot (8c - 7) - 16c$;
d) $5 \cdot (d - 3) - 3 \cdot (d + 2) = 9 \cdot (2d + 5) + 14d - 6$;
e) $3 + 3 \cdot (4e - 1) - 8 \cdot (e + 2) = 2 \cdot (2e + 7) - 6(4e - 3)$;

Př. 4-15. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

a) $\frac{7 - 3a}{5} = \frac{5 - 2a}{4}$; b) $\frac{3 + 2b}{6} - \frac{5 \cdot (4 - 3b)}{9} = \frac{2}{3} \cdot (2b + 7) - \frac{3 - 4b}{18}$;
c) $\frac{5 - (-2c)}{6} = \frac{3 - 2c}{2}$; d) $\frac{3}{4} - \frac{(6 + d) - (1 - 3d)}{6} = \frac{3 \cdot (3 - 2d)}{2} - \frac{1 - d}{12}$;
e) $\frac{7e - 2}{4} = \frac{4e - 3}{6}$; f) $\frac{1}{9}f - \frac{4f - (5 - 3f)}{6} = \frac{9f + 7}{18} + \frac{2 \cdot (4 - 5f)}{9}$;

Př. 4-16. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

- a) $-4a \cdot (-3) + 2 \cdot (-5) = 7 - 9 \cdot (-3a) - 2$;
- b) $-3 \cdot (-2b) + (-3) \cdot 4 - (-2b) = 2 \cdot (-8) - 4b \cdot (-2) + 4$;
- c) $12c + 5 \cdot (-6) \cdot (-c) - 3 \cdot 6 \cdot (-1) = 5 \cdot (-3) \cdot (-c) - (-9) \cdot 3$;
- d) $4 \cdot (d - 2) \cdot (-2) + (-3) \cdot (3d + 1) - (-8d) = -7 \cdot (d - 5) \cdot (-4) - (-14d)$;

Př. 4-17. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

- a) $3 \cdot 2,4a - 3 \cdot 0,4 = 0,5 \cdot 9a - 6,6$;
- b) $6 \cdot 1,2a - 3 \cdot 2,7 - 1,5 = 5a \cdot 2,4 + 3 \cdot 4,8$;
- c) $0,7 \cdot (2c - 5) + 6 \cdot 2,2 - 0,5 = 6 \cdot (1,3c - 1) - 5,6c$;
- d) $3 \cdot (2,5d - 0,3) - 3 \cdot (4d - 3,1) = 9 \cdot (0,8d + 0,5) - 2,7d - 5,1$;

Př. 4-18. Vyřešte rovnice a ověřte správnost výsledků zkouškou:

- a) $\frac{2}{3} \cdot 6a - \frac{5}{4} \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot 9a - 4 \cdot \frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{4} \cdot 6b - \frac{5}{6} \cdot 9 = \frac{8}{3} \cdot \frac{6}{4} - 2 \cdot b + \frac{3}{2}$;
- c) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \cdot 3c = \frac{7}{6} \cdot c - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2}$; d) $\frac{2}{5}d \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{24}{25} \cdot \frac{1}{4}d - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{20}$;

Př. 4-19. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

- a) $2a + 5^2 - a + 2^2 = 6a + 8^2 - 20$;
- b) $11b - 9^2 - 6b + 8^2 - 1 = 6^2 + 5b - 4^2 - 2b$;
- c) $21c - 4^2 - 17c + 5^2 - 2^2 = 7^2 - 4c + 16c - 4^2 + 4$;
- d) $13d - 4^3 - 5d + 5^3 - 2^3 + d = 4d - 3^3 - 5d + 6^3 + 4^3$;
- e) $7e - 3^3 - 8e + 7^2 - 4^3 + 3e - 66e - 9^2 + 13e + 5^3 + 7^2 = 0$;

Př. 4-20. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky, u druhých odmocnin uvažujte pouze kladnou hodnotu:

- a) $3a + \sqrt{169} + 4a + \sqrt{225} = 7a + \sqrt{81} - 4a - \sqrt{1}$;
- b) $12b - \sqrt{144} - 4b + \sqrt{25} = \sqrt{121} + 7b - \sqrt{324} - 4b$;
- c) $18c - \sqrt{169} - 15c + \sqrt{196} + 6c = \sqrt{9} + 20c - 11c - \sqrt{4} + \sqrt{36}$;
- d) $14d - \sqrt[3]{512} - 9d + \sqrt[3]{125} + 3d = 6d + \sqrt[3]{1} - 2d - \sqrt[3]{216} + 5d + \sqrt[3]{8} - d$;

Př. 4-21. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

- a) $12 - 3 \cdot (2a + 5) + 6a + 2 \cdot (8 - a) = 16a + 4 \cdot (3a + 4) - (10a - 1) + 6$;
- b) $(b - 3) \cdot (2b - 7) - 6 = (2b + 5) \cdot (b + 11)$;
- c) $(9c - 4) \cdot (c + 6) + 13 = (3c - 5) \cdot (7 + 3c) + 32c$;
- d) $(2d + 3) \cdot (3d - 1) \cdot 2 - 15d = 43 + (4d - 5) \cdot (3d + 5) - 14d$;
- e) $(e + 6) \cdot (2e - 1) + (3e - 2)^2 = (4e - 3) \cdot (3e - 5) - (e + 2)^2 - 13$;

Př. 4-22. Vyřešte rovnice a zkontrolujte správnost výsledků pomocí zkoušky:

- a) $5 - [3a - (7a - 5) - 6] + 3 - (2a - 7) = 0$;
- b) $7b - (2b - 9) - [7 - (4b + 5) - 8b] = -(b + 4) - [-(5b - 2) + 13]$;
- c) $4 + 4 \cdot [5c - (3 - 6c)] - 2 \cdot (3c - 4) = 0$;
- d) $35d - 3 \cdot (3d - 2) - 2 \cdot [5d - (1 - 2d) + 3] = 2 \cdot [6 - (4 - d) + 3d] - (-4d)$;
- e) $6 \cdot (2e - 3) - 3 \cdot [e - (9 - 4e) + 5] = -3 - [4e - (3 - e)] - 2 \cdot [e - (3 - 4e)]$;

4.2 Slovní úlohy

Př. 4-23. Kolik kořenů může mít lineární rovnice?

Př. 4-24. Situace vyobrazené na obrázku 4.1 запиšte pomocí rovnic o neznámé x a dané rovnice vyřešte. a) Kolik stál jeden červený míč? b) Kolik modrých kuliček představuje písmeno X, aby byla váha v rovnováze? c) Pod každým zeleným obdélníkem je skrytý stejný počet hnědých kosočtverců. Jaký je tento počet, pokud se množství kosočtverců v pravém i levém okénku rovnají?

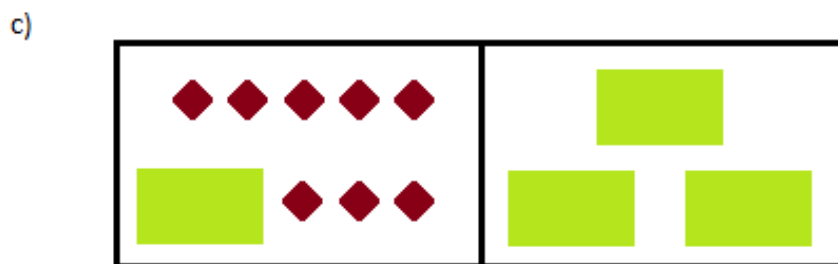
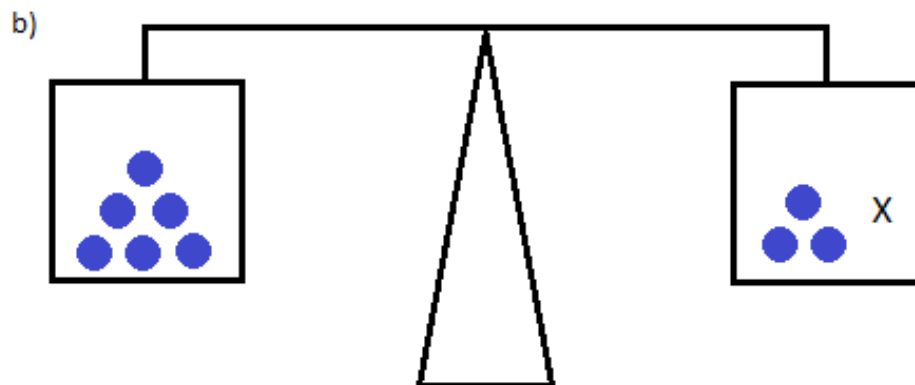
Př. 4-25. Když Petrovo šťastné číslo zvětšíme o 6, dostaneme číslo 17. Jaké je jeho šťastné číslo?

Př. 4-26. Máme dvě čísla. První číslo je o 7 větší než číslo druhé. Jaká jsou tato čísla, když je jejich součet roven 19?

Př. 4-27. Dvojice zlodějů byla odsouzena k trestu odnětí svobody nepodmíněně, dohromady si odsedí ve vězení 34 let. Na kolik let byl každý z nich odsouzen, když brutálnější ze zlodějů bude sedět o 8 let déle?

Př. 4-28. Trojnásobek nějakého čísla je 51. Jaké je to číslo?

a)  zaplatil 192 Kč



Obr. 4.1 Rovnice

Př. 4-29. Máme dvě čísla. První číslo je o 5 menší než číslo druhé. Jaká jsou tato čísla, když je jejich součet roven -11 ?

Př. 4-30. Máme tři čísla. První je o 4 větší než druhé a to je o 4 menší než třetí. Součet všech tří čísel je -1 . Jaká jsou tato čísla?

Př. 4-31. Do třech zásobníků na vodu se vejde celkem 130 litrů. Jaké jsou jejich objemy v m^3 , jestliže se do druhého vejde o 15 litrů více než do prvního a do třetího o 20 litrů méně než do druhého?

Př. 4-32. Pokud k nějakému číslu přičteme devítku a pak vzniklé číslo vydělíme 6, dostaneme číslo 2. O jaké číslo se jedná?

Př. 4-33. Cyklista ujel za tři dny 199 km. První den ujel čtyřikrát víc než druhý den a druhý den o 7 km méně než třetí den. Kolik kolometrů ujel každý den?

Př. 4-34. Natěrač natřel bílou, modrou a zelenou barvou dohromady 86 m^2 . Bílou barvou natřel plochu 2,2krát větší než modrou barvou. Zelenou pak poloviční plochu než bílou barvou. Jak velké byly jednotlivé nabarvené plochy?

Př. 4-35. Pokud sečteme čtvrtinu a třetinu našeho čísla, dostaneme číslo o 5 menší než je naše číslo. Jaké je naše číslo?

Př. 4-36. Tři různě staří sourozenci si rozdělovali 137 žetonů. Prostřední měl o $\frac{2}{5}$ víc než nejmladší a nejstarší o 15 méně než prostřední. Kolik měl každý ze sourozenců žetonů a který z nich měl nejméně?

Př. 4-37. Martin má u sebe nějaké peníze. Pavel má u sebe dvakrát víc než Martin a David má u sebe o 4 Kč méně než oba dohromady. Kolik má u sebe každý peněz, když dohromady mají 194 Kč?

Př. 4-38. Třem brigádníkům byla vyplacena mzda za vykonanou práci. Celkem dostali 8 000 Kč. První dostal nejméně, každý další vždy třikrát víc než předchozí, jen třetí dostal ještě o 5 Kč víc. Kolik každý z nich dostal?

Př. 4-39. Máme čtyři čísla. Druhé číslo je o 3 větší než první číslo, třetí číslo je o 7 menší než druhé číslo a čtvrté číslo je dvojnásobkem třetího čísla. Jaká jsou tato čísla, když jejich součet je roven 31?

Př. 4-40. Lesník měl pokácet určitý počet stromů za tři dny, první den pokácel $\frac{2}{5}$ stromů, druhý den $\frac{1}{3}$ stromů a třetí den zbylých 8 stromů. Kolik celkem pokácel stromů a který den jich pokácel nejvíce?

Př. 4-41. Mistr vyrobil za 4 hodiny 32 výrobků. Každou hodinu vyrobil vždy o 2 víc než předešlou hodinu. Kolik vyrobil výrobků v první a v poslední hodině?

Př. 4-42. Součet tří po sobě jdoucích lichých čísel je roven 33. Jaká jsou tato čísla?

Př. 4-43. Litř benzínu podražil o 3 Kč. Jaká byla jeho původní cena a jaká nová, pokud 5 litrů benzínu za původní cenu je o 23 Kč dražší než 4 litry benzínu za novou cenu?

Př. 4-44. Martin dostal na výlet od dědečka nějaké peníze. První den utratil třetinu. Druhý den $\frac{3}{4}$ ze zbylých peněz. Na poslední den mu zbylo 20 Kč. Kolik dostal od dědečka peněz?

Př. 4-45. Máme tři čísla. První číslo je třetina druhého a třetí číslo je o 2 menší než číslo druhé. Jaká jsou tato čísla, když jejich součet je roven dvojnásobku druhého čísla?

Př. 4-46. Železný sloup je zasazen v zemi $\frac{2}{5}$ své délky, z části nad zemí je $\frac{1}{3}$ obarvena žlutě a neobarvená část nad zemí měří 6 m. Jak dlouhý je celý sloup?

Př. 4-47. Máme tři čísla. Druhé číslo je třikrát menší než první a třetí číslo je o 4 menší než dvojnásobek prvního. Jaká jsou tato čísla, když jejich součet je roven třetině z třetího čísla?

Př. 4-48. Obdélníkový ubrus má jednu stranu o $\frac{2}{5}$ delší než druhou. Jaké jsou jeho rozměry, pokud má obvod 12 m?

Př. 4-49. Máme tři čísla. První číslo je o 2 větší než druhé a třetí číslo o 5 menší než číslo druhé. Součet všech tří čísel je o 12 větší než jejich aritmetický průměr. Jaká jsou tato čísla?

Př. 4-50. Petr, Lukáš a Markéta si rozdělují bonbony. Petr si vezme $\frac{1}{6}$, Lukáš $\frac{1}{9}$ a Markéta $\frac{1}{4}$ a ještě jim zbude 17 bonbonů. Kolik je celkem bonbonů a kolik každý z nich má?

Př. 4-51. Nádoba na vodu byla naplněna do $\frac{4}{5}$ svého objemu, pak z ní byly odebrány 3 litry a v nádobě zůstala přesně polovina jejího objemu. Jaký je objem nádoby a kolik v ní bylo vody?

Př. 4-52. Za určitý časový úsek se otočila minutová ručička o 210° . Tento časový úsek jsme rozdělili na dvě etapy, kde první je o 5 minut delší než druhá. Jaké jsou tyto časové etapy?

Př. 4-53. Jakubovi je 54 let a Jirkovi je 10 let. Za kolik let bude Jakub třikrát starší než Jirka?

Př. 4-54. Provázek dlouhý 18 m je potřeba rozřezat na 3 části. Nejdelší část provázku je o 300 cm delší než polovina ze součtu zbylých částí. Nejkratší část je o $\frac{1}{3}$ menší než středně dlouhá část. Jak dlouhé jsou jednotlivé části provázku?

Př. 4-55. Tři kamarádi si rozdělovali peníze. První si vzal $\frac{2}{5}$ z celkové částky. Druhý $\frac{5}{8}$ ze zbytku. Na posledního zbylo 27 Kč. Kolik peněz měl druhý z nich?

Př. 4-56. Petr bude za 5 let dvakrát starší než Lukáš, kterému je 13 let. Kolik je Petrovi a kolik mu bude za pět let?

Př. 4-57. Máme dvě hromádky bonbonů. Na první je třikrát více bonbonů než na druhé. Pokud odebereme z menší hromádky 18 bonbonů a přidáme je do větší, bude ve větší hromádce sedmkrát víc bonbonů než v menší. Kolik je celkem bonbonů?

Př. 4-58. Jirka, Marek, Petra, Markéta a Maruška přinesli do školy svoje herní

kartičky a dali je na jednu hromadu. V této hromadě bylo Jirkových kartiček $\frac{6}{25}$, Markových $\frac{4}{15}$, Petřiných $\frac{1}{10}$, Markétiných třikrát víc než Petřiných a Maruščiných o 3 méně než Petřiných. Kolik bylo celkem kartiček a kolik přinesl každý z nich?

Př. 4-59. Máme pět čísel. První číslo je dvakrát větší než číslo čtvrté, páté číslo je o 1 menší než číslo první, třetí číslo je o 3 větší než číslo druhé a čtvrté je o 6 menší než třetí. Jaká jsou tato čísla, když jejich součet je roven 15?

Př. 4-60. Jana bude za rok třikrát mladší než Radka, které je 5 let. Kolik je Janě a kolikrát je mladší než Radka?

Př. 4-61. Sportovec běží trasu dlouhou 21 km. Jak dlouhý úsek už uběhl, pokud tento úsek je stejně dlouhý jako $\frac{3}{4}$ zbylé části trasy?

Př. 4-62. Papírové letáky se balí po 60 nebo po 100 kusech. Kolik bylo kterých balení, když se celkem vydalo 560 kusů v 8 baleních?

Př. 4-63. V dětské pokladniče bylo celkem 70 Kč. Bylo v ní 50 mincí v hodnotě 1 Kč a 2 Kč. Kolik bylo kterých mincí?

Př. 4-64. V rekreačním středisku mají 5lůžkové a 2lůžkové pokoje. Dohromady mají 100 pokojů. Kolik je kterých pokojů, když mají při 380 ubytovaných hostech plně obsazenou kapacitu?

Př. 4-65. V obchodě se prodávají dva druhy žvýkaček. Prodejce objednal celkem 130 žvýkaček a zaplatil za ně 620 Kč. Prvních objednal 50 ks. Druhé byly o 2 Kč levnější než první. Kolik stály první a kolik druhé žvýkačky?

Př. 4-66. V obchodě se prodávají dva druhy čaje. Jeden čaj stojí 350 Kč za kg, druhý 60 Kč za 200g. Kolik kg prvního a kolik druhého čaje si koupila paní Karásková, pokud zaplatila za 3000 g čaje přesně jednu tisícikorunu?

Př. 4-67. Levnější bylinná směs stojí 330 Kč za kg a dražší 490 Kč za kg. Zákazník si nechal namíchat obě směsi tak, aby měl 8 kg směsi v ceně 390 Kč za kg. Kolik kg levnější a kolik dražší bylinné směsi si nechal namíchat?

Př. 4-68. Smíchali jsme 2 litry 30% roztoku a 3 litry roztoku o neznámé koncentraci. Vznikl nám roztok o 48% koncentraci. Jaká byla koncentrace druhého roztoku?

Př. 4-69. Při přípravě masové směsi je zapotřebí první druh masa, jehož cena za 1 kg je o 60 Kč vyšší než cena druhého masa za 1 kg. Maminka zakoupila 3 kg levnějšího a 5 kg dražšího masa a vytvořila masovou směs, jejíž cena jí vyšla na 157,5 Kč za kg. Jaké byly ceny obou druhů mas?

Př. 4-70. V jakém poměru musí být smíseny dva roztoky, jeden 50% a druhý 20%, aby vznikl 30% roztok?

Př. 4-71. Petr vyšel z domova a šel za babičkou na návštěvu rychlostí 4 km/h, po půl hodině za ním vyšel jeho mladší bratr, který šel stejnou cestou jako on, ale rychlostí o 2 km/h větší. Za jak dlouho ho dostihne a v jaké vzdálenosti od domova?

Př. 4-72. Michal vyjel na kole do přírody hodinu po poledni rychlostí 25 km/h. Po dvou hodinách však začalo hřmít, a proto jeho starostlivý otec za ním vyjel autem. V kolik hodin a po kolika kilometrech ho dostihl, když jel rychlostí 65 km/h stejnou trasou jako Michal?

Př. 4-73. Petr vyjel autem z města A do 300 km vzdáleného města B rychlostí 60 km/h, po hodině a půl za ním vyjel Martin rychlostí 90 km/h. Za jak dlouho a jak daleko od města B ho dostihl?

Př. 4-74. Dva chodci jdoucí stejným směrem jsou od sebe vzdáleni 300 m. První jde rychlostí 4 km/h a druhý 6 km/h. Za jak dlouho dostihne rychlejší chodec pomalejšího a kolik každý ujede metrů?

Př. 4-75. Loď vyplula z přístavu rychlostí 40 km/h. Po hodině a půl za ní vyjela druhá loď. Jakou rychlostí musí plout druhá loď, aby dostihla první do 2 hodin od svého vyplutí? V jaké vzdálenosti ji dostihne?

Př. 4-76. Dědeček vyjel na kole rychlostí 10 km/h na návštěvu za svým vnukem, který od něho bydlí ve vzdálenosti 35 km. Po 1,5 hodině za ním vyrazil jeho pes, který běžel rychlostí 15 km/h. Dědeček si musel po 2 hodinách jízdy půl hodiny odpočinout a pak opět pokračoval. Za jakou dobu od výjezdu dědečka a v jaké vzdálenosti od bydliště jeho vnuka ho pes dohnal? Pes, když dědečka dohnal, pokračoval v běhu dál až k vnukovi. Za jak dlouho po psovi dorazil dědeček?

Př. 4-77. Města A a B jsou od sebe vzdálena 82,5 km. Z města A do města B vyrazil cyklista Petr rychlostí 30 km/h. Ve stejnou dobu mu vyjel naproti z města B cyklista Marek rychlostí 25 km/h. Za jakou dobu se potkají a kolik kilometrů každý ujede?

Př. 4-78. Dva kamarádi Luboš a Pavel bydlí od sebe 16 km. Luboš v 8:00 vyšel k Pavlovi rychlostí 5 km/h. Pavel mu v 9:00 vyšel naproti rychlostí 6 km/h. V kolik hodin se potkají a jakou vzdálenost ujede Luboš?

Př. 4-79. Vzdálenost mezi dvěma městy je 285 km. Z jednoho města vyjede osobní auto rychlostí o 20 km/h větší, než je rychlost nákladního auta, které vyjelo z dru-

hého města naproti prvnímu o půl hodiny později než osobní auto. Potkají se po 2 hodinách od vyjetí osobního auta. Jakou rychlostí se obě auta pohybují a jakou vzdálenost ujelo osobní auto?

Př. 4-80. Z města *A* do města *B* jede Ludvík v osobním autě rychlostí 90 km/h. Po 1,5 hodině od výjezdu Ludvíka vyjel z města *B* do města *A* Aleš rychlostí o 20 km/h menší než Ludvík. Ludvík ujel po 20 minutách $\frac{6}{43}$ své trasy. Za jak dlouho po výjezdu Aleše se potkali a jakou vzdálenost ujel Aleš?

Př. 4-81. Z města *A* do města *B* vyjel Ondra v 8:00. Z města *B* do města *A* vyjel Pavel v 8:00 rychlostí o 10 km/h větší než Ondra, a proto ujel o 15 km víc. Města *A* a *B* jsou od sebe vzdáleny 165 km. Jakou rychlostí jel jeden i druhý a jak dlouho jeli?

Př. 4-82. Rybník je plněn dvěma přítoky. Po výlovu je potřeba ho znovu napustit. První přítok by ho napustil za 6 dní, druhý by ho napustil za 4 dny. Za jakou dobu bude rybník napuštěn, když se bude plnit oběma přítoky zároveň?

Př. 4-83. Dva truhláři by danou práci udělali za 6 hodin. Jeden z nich by jí udělal za 24 hodin. Za jakou dobu by jí udělal ten druhý?

Př. 4-84. Jedna firma splní zakázku za 5 dní, druhá za 4 dny. Za jak dlouho bude zakázka hotová, pokud na ní bude dělat 3 dny první firma a zbylou dobu druhá firma?

Př. 4-85. První zedník by požadovanou zeď postavil za 5 hodin, druhý za 6 hodin a třetí za 3 hodiny. Za jak dlouho postaví tuto zeď všichni tři dohromady?

Př. 4-86. Tři stroje vykonají denní normu za 4 hodiny. Jak dlouho by denní normu dělal jen první stroj, když druhý by jí udělal za 16 hodin a třetí za 12 hodin?

Př. 4-87. Jeden bagr vykope jámu za 8 hodin, druhý tutéž jámu za 6 hodin. Jak dlouho budou kopat tuto jámu společně, pokud vedoucí prací rozhodl, že je potřeba vykopat pouze $\frac{7}{9}$ této jámy?

Př. 4-88. Jedno čerpadlo napustí nádrž za 15 hodin, druhé napustí tutéž nádrž za 12 hodin. Ze začátku běžela obě dvě najednou, pak se méně výkonné čerpadlo rozbilo a druhé muselo běžet ještě 1 hodinu a 12 minut. Jak dlouho běžela obě čerpadla najednou? Za jakou dobu byla nádrž plná?

Př. 4-89. Jeden dělník by udělal celý výkop za 10 hodin. Druhý by ho udělal za 12 hodin. Na daném výkopu začali dělat společně, ale po 4 hodinách se výkonnější z dělníků zranil a ten zbylý ji musel dokončit sám. Jak dlouho pracoval druhý dělník?

Př. 4-90. Jeden projektant zpracuje za 6 hodin $\frac{2}{3}$ požadovaného úkolu, druhý projektant zpracuje za 2 hodiny a 24 minut $\frac{2}{5}$ téhož úkolu. Jak dlouho bude trvat zpracování požadovaného úkolu, pokud na něm budou pracovat společně?

Př. 4-91. Ze vzorce pro obvod trojúhelníku $o = a + b + c$ vyjádřete stranu b . Vypočítejte její velikost dosazením hodnot $o = 16$ cm, $a = 5$ cm a $c = 6$ cm. O jaký trojúhelník se jedná?

Př. 4-92. Ze vzorce pro obsah trojúhelníku $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$ vyjádřete výšku v_a . Vypočítejte její velikost dosazením hodnot $S = 15$ cm² a $a = 5$ cm.

Př. 4-93. Ze vzorce pro výpočet výšky rovnostranného trojúhelníku $v = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$ vyjádřete stranu a .

Př. 4-94. Ze vzorce pro výpočet obvodu rovnoběžníku $o = 2 \cdot (a + b)$ vyjádřete stranu a . Vypočítejte její velikost dosazením hodnot $o = 36$ cm a $b = 7$ cm.

Př. 4-95. Ze vzorce pro výpočet obsahu lichoběžníku $S = \frac{a + c}{2} \cdot v$ vyjádřete a) stranu c , b) výšku v .

Př. 4-96. Ze vzorce pro výpočet délky kruhového oblouku $a = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$ vyjádřete úhel α .

Př. 4-97. Ze vzorce pro výpočet objemu kváдру $V = a \cdot b \cdot c$ vyjádřete stranu b . Vypočítejte její velikost dosazením hodnot $V = 32$ m³, $a = 400$ cm a $c = 10$ dm.

Př. 4-98. Určete obsah kruhu, pokud znáte jeho obvod $o = 43,96$ cm a tyto vzorečky a hodnoty $o = 2 \cdot \pi \cdot r$, $O = \pi \cdot r^2$, $\pi = 3,14$.

Př. 4-99. Jak dlouhá je strana obdélníku b , pokud jeho druhá strana $a = 12$ cm a jeho obvod je stejně velký jako obvod čtverce o straně 15 cm?

Př. 4-100. Jakou dobu bude trvat cyklistovi pohybujícímu se rychlostí 20 km/h ujetí vzdálenosti a) 60 km, b) 500 m c) 9 km?

Př. 4-101. Jakou hmotnost má kapalina o hustotě $\rho = 1000$ kg/m³, pokud je v nádobě tvaru válce o poloměru $r = 10$ cm a výšce v , jejíž velikost je rovna průměru podstavy. $V = v \cdot \pi \cdot r^2$, $\rho = \frac{m}{V}$, $\pi = 3,14$?

Př. 4-102. Ze zákona pro zachování energie v mechanice $E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ vyjádřete hmotnost m .

Př. 4-103. Ze vzorce pro výpočet dráhy rovnoměrně zrychleného přímočarého pohybu $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ vyjádřete a) počáteční rychlost v_0 , b) zrychlení a .

4.3 Výsledky a řešení:

Používané zkratky: NŘ – nemá řešení; NM – nekonečně mnoho řešení;

4-1 a) 2; b) 1; c) 5; d) 3; e) 0; f) -4 ; g) 6; h) -7 ; i) 6; j) 3; k) 5; l) -3 ; m) 4; n) -1 ;
o) -4 ; p) 7;

4-2 a) 2; b) -1 ; c) 3; d) -5 ; e) 1; f) 3; g) NŘ; h) 0; i) NM;

4-3 a) 5; b) 2; c) -8 ; d) 12; e) $\frac{3}{2}$; f) $-\frac{1}{3}$; g) 5; h) -1 ; i) $-\frac{2}{3}$;

4-4 a) NŘ; b) -3 ;

4-5 a) 2; b) -2 ;

4-6 a) 9; b) $-0,3$; c) 5; d) -2 ; e) $-0,25$; f) 0,4; g) $-1,1$; h) 1,9; i) 4; j) 3; k) 2; l) -8 ;

4-7 a) 2; b) $-3,7$; c) 1,1; d) -8 ;

4-8 a) 9; b) 36; c) 7; d) -19 ;

4-9 a) 6; b) -14 ; c) 30; d) 6; e) $\frac{10}{3}$; f) $-\frac{27}{2}$; g) 2; h) $\frac{9}{8}$; i) 24; j) 6; k) $\frac{2}{3}$; l) $-\frac{1}{3}$; m) 6;
n) -2 ; o) $-\frac{2}{3}$; p) -5 ;

4-10 a) $\frac{11}{12}$; b) 7; c) $\frac{13}{10}$; d) $\frac{53}{9}$;

4-11 a) $-\frac{29}{30}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $-\frac{5}{2}$;

4-12 a) $\frac{1}{2}$; b) -1 ; c) NM; d) -10 ; e) 1;

4-13 a) 4; b) 2; c) -3 ; d) $\frac{1}{2}$;

4-14 a) -15 ; b) -10 ; c) $\frac{3}{4}$; d) -2 ; e) 2;

4-15 a) $\frac{3}{2}$; b) 14; c) $\frac{1}{2}$; d) 2; e) NŘ; f) -1 ;

4-16 a) -1 ; b) NM; c) $\frac{1}{3}$; d) 3;

4-17 a) -2 ; b) -5 ; c) 19; d) 1;

4-18 a) 4; b) 2; c) -9 ; d) NŘ;

4-19 a) -3 ; b) 19; c) -4 ; d) 20;

4-20 a) -5 ; b) 0; c) NŘ; d) NM; e) -1 ;

4-21 a) $-\frac{1}{2}$; b) -1 ; c) -2 ; d) 3; e) 0;

4-22 a) -8 ; b) -2 ; c) 0; d) NŘ; e) 1;

4-23 1) jeden kořen; 2) žádný kořen; 3) nekonečně mnoho kořenů;

4-24 a) $4x = 192$; $x = 48$ Kč; b) $6 = 3 + x$; $x = 3$; c) $x + 8 = 3x$; $x = 4$;

4-25 11;

4-26 13 a 6;

4-27 21 brutálnější a 13 druhý;

4-28 17;

4-29 -8 a -3 ;

4-30 1; -3 a 1;

4-31 $0,04 \text{ m}^3$; $,055 \text{ m}^3$ a $0,035 \text{ m}^3$;

4-32 3;
4-33 128 km; 32 km a 39 km;
4-34 44 m^2 ; 20 m^2 a 22 m^2 ;
4-35 11;
4-36 40; 56 a 41; nejméně měl nejmladší;
4-37 33 Kč; 66 Kč a 95 Kč;
4-38 615 Kč; 1845 Kč a 5540 Kč;
4-39 8; 11; 4 a 8;
4-40 30; první den;
4-41 5 a 11;
4-42 9; 11 a 13;
4-43 35 Kč a 38 Kč;
4-44 120 Kč;
4-45 2; 6 a 4;
4-46 15 m;
4-47 1; $\frac{1}{3}$ a -2 ;
4-48 2,5 m a 3,5 m;
4-49 9; 7 a 2;
4-50 Celkem 36; Petr 6; Lukáš 4 a Markéta 9;
4-51 10 a 8 litrů;
4-52 20 a 15 minut;
4-53 za 12 let;
4-54 8 m; 6 m a 4 m;
4-55 45 Kč;
4-56 31 a 36;
4-57 144;
4-58 Celkem 450; Jirka 108; Marek 120; Petra 45; Markéta 135 a Maruška 42;
4-59 2; 4; 7; 1 a 1;
4-60 1 a 5krát;
4-61 9 km;
4-62 6 balení po 60 kusech a 2 balení po 100 kusech;
4-63 30 o hodnotě 1 Kč a 20 v hodnotě 2 Kč;
4-64 60 pokojů po 5 lůžcích a 40 pokojů po 2 lůžcích;
4-65 6 Kč dražší a 4 Kč levnější;
4-66 2 kg prvního a 1 kg druhého;
4-67 5 kg levnější a 3 kg dražší;

- 4-68 60%;
- 4-69 180 Kč za kg dražší a 120 Kč za kg levnější;
- 4-70 1 : 2;
- 4-71 za 1 h ve vzdálenosti 6 km od domova;
- 4-72 v 16:15 ve vzdálenosti 81,25 km od domova;
- 4-73 za 3 h ve vzdálenosti 30 km od města B ;
- 4-74 za 9 min; rychlejší ujde 900 m a pomalejší 600 m;
- 4-75 70 km/h; 140 km;
- 4-76 za 3,5 h; vzdálenosti 5 km od bydliště jeho vnuka; za 10 min;
- 4-77 za 1,5 h; Petr ujel 45 km a Marek 37,5 m;
- 4-78 v 10:00; Luboš ujde 10 km;
- 4-79 90 km/h; 70 km/h; 180 km;
- 4-80 za 30 min; Aleš ujel 35 km;
- 4-81 50 km/h; 60 km/h; 1,5 hodiny;
- 4-82 za 2 dny 9 hodin 36 minut;
- 4-83 za 8 hodin;
- 4-84 za 4 dny, 14 hodin a 24 minut;
- 4-85 za 1 hodin 40 minut;
- 4-86 za 9 hodin 36 minut;
- 4-87 za 2 hodin 40 minut;
- 4-88 6 hodiny; za 7 hodin 12 minut;
- 4-89 7 hodin 12 minut;
- 4-90 za 3 hodin 36 minut;
- 4-91 $b = o - a - c$; $b = 5$; rovnoramenný;
- 4-92 $v_a = \frac{2 \cdot S}{a}$; $v_5 = 5$ cm;
- 4-93 $a = \frac{v}{\sqrt{3}} \cdot 2$;
- 4-94 $a = \frac{o}{2} - b$; $a = 11$ cm;
- 4-95 a) $c = \frac{S \cdot 2}{v} - a$; b) $v = \frac{S \cdot 2}{a + c}$;
- 4-96 $\alpha = \frac{a \cdot 360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot r}$;
- 4-97 $b = \frac{V}{a \cdot c}$; $b = 8$ m;
- 4-98 $O = 153,86$ cm²;

4-99 $b = 18 \text{ cm};$

4-100 a) 3 hodiny; b) 1,5 minuty; c) 27 minut;

4-101 6,28 kg;

4-102 $m = \frac{E}{g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v^2};$

4-103 a) $v_0 = \frac{s - s_0 - \frac{at^2}{2}}{t};$ b) $a = \frac{(s - s_0 - v_0 \cdot t) \cdot 2}{t^2};$

Kapitola 5

Procenta

5.1 Procenta a promile

Př. 5-1. Převeďte a) procenta na promile, b) promile na procenta:

- a) 1 %; 26 %; 0,8 %; 720 %; 0,35 %; 0,092 %; 801 %; 3,93 %;
b) 4 ‰; 62 ‰; 0,1 ‰; 590 ‰; 0,42 ‰; 0,017 ‰; 511 ‰; 4,85 ‰;

Př. 5-2. Zapište procenta zlomeky v základním tvaru:

- a) 2 %; 8 %; 33 %; 50 %; 54 %; 65 %; 120 %; 0,6 %; 5,8 %;
b) 1 %; 15 %; 24 %; 47 %; 70 %; 75 %; 220 %; 3,4 %; 8,5 %;

Př. 5-3. Zapište zlomek procenty:

$$\frac{2}{25}; \frac{77}{100}; \frac{3}{4}; \frac{3}{10}; \frac{1}{2}; \frac{11}{25}; \frac{21}{50}; \frac{3}{2}; \frac{1}{250}; \frac{4}{125}; \frac{49}{50}; \frac{1}{4};$$

Př. 5-4. Zapište procenta desetinným číslem:

$$2\%; 8\%; 33\%; 50\%; 54\%; 65\%; 120\%; 0,6\%; 5,8\%; 239\%;$$

Př. 5-5. Vypočítejte:

- a) 1 % z 200 ; b) 4 % z 50 ; c) 15 % z 300 ; d) 60 % z 800 ;
e) 14 % z 90 ; f) 67 % z 1 ; g) 33 % z 112 ; h) 94 % z 20 ;
i) 19 % z 7 000 ; j) 56 % z 9 100 ; k) 90 % z 222 ; l) 17 % z 1 234 ;
m) 60 % z 0,8 ; n) 13 % z 0,1 ; o) 25 % z 0,09 ; p) 38 % z 0,76 ;

Př. 5-6. Vypočítejte:

- a) 5 % z 2 ; b) 98 % z 3 ; c) 70 % z 7 ; d) 54 % z 8 ;
e) 110 % z 90 ; f) 300 % z 45 ; g) 223 % z 223 ; h) 620 % z 15 ;
i) 0,1 % z 70 ; j) 0,5 % z 900 ; k) 1,6 % z 564 ; l) 5,5 % z 2 620 ;
m) 0,5 % z 0,8 ; n) 13,2 % z 14,4 ; o) 212,5 % z 115 ; p) 4,8 % z 6 748 ;

Př. 5-7. Vypočítejte, výsledek uveďte jako zlomek v základním tvaru:

- a) 10 % z $\frac{1}{2}$; b) 6 % z $\frac{7}{8}$; c) 40 % z $\frac{5}{6}$; d) 12 % z $\frac{3}{10}$;
e) 11 % z $\frac{5}{9}$; f) 220 % z $\frac{6}{7}$; g) 0,8 % z $\frac{3}{8}$; h) 16 % z $5\frac{2}{9}$;
i) 65 % z $\frac{12}{5}$; j) 9 % z $\frac{1}{9}$; k) 2,4 % z $\frac{7}{10}$; l) 82 % z $3\frac{4}{5}$;

Př. 5-8. Vypočítejte:

- a) $\frac{13}{6}$ % z 108 ; b) $\frac{2}{3}$ % z 576 ; c) $\frac{26}{5}$ % z 270 ; d) $\frac{9}{4}$ % z $\frac{40}{3}$;

Př. 5-9. Vypočítejte:

- a) 3 ‰ z 400 ; b) 21 ‰ z 8 000 ; c) 15 ‰ z 0,8 ; d) 8 ‰ z 8 ;
e) 0,4 ‰ z 300 ; f) 123 ‰ z 110 ; g) 16 ‰ z $\frac{3}{4}$; h) 42 ‰ z $3\frac{6}{7}$;

Př. 5-10. Vypočítejte, kolik procent je:

- a) 8 z 200 ; b) 20 z 50 ; c) 48 z 300 ; d) 448 z 800 ;
e) 5,4 z 90 ; f) 0,87 z 1 ; g) 50,4 z 112 ; h) 3,4 z 20 ;
i) 210 z 7 000 ; j) 6 461 z 9 100 ; k) 39,96 z 222 ; l) 98,72 z 1 234 ;
m) 0,32 z 0,8 ; n) 0,064 z 0,1 ; o) 0,013 5 z 0,09 ; p) 0,6156 z 0,76 ;

Př. 5-11. Vypočítejte, kolik procent je:

- a) 0,06 z 2 ; b) 0,87 z 3 ; c) 3,29 z 7 ; d) 7,6 z 8 ;
e) 117 z 90 ; f) 131,4 z 45 ; g) 1 137,3 z 223 ; h) 40,95 z 15 ;
i) 0,28 z 70 ; j) 8,1 z 900 ; k) 8,46 z 564 ; l) 91,7 z 2 620 ;
m) 0,24 z 0,8 ; n) 2,203 2 z 14,4 ; o) 130,18 z 115 ; p) 910,98 z 6 748 ;

Př. 5-12. Vypočítejte, kolik procent je:

- a) $\frac{7}{200}$ z $\frac{1}{2}$; b) $\frac{63}{100}$ z $\frac{7}{8}$; c) $\frac{41}{120}$ z $\frac{5}{6}$; d) $\frac{189}{1000}$ z $\frac{3}{10}$;
e) $\frac{3}{20}$ z $\frac{5}{9}$; f) $\frac{36}{25}$ z $\frac{6}{7}$; g) $\frac{9}{4000}$ z $\frac{3}{8}$; h) $3\frac{19}{25}$ z $5\frac{2}{9}$;
i) $\frac{159}{125}$ z $\frac{12}{5}$; j) $\frac{11}{150}$ z $\frac{1}{9}$; k) $\frac{161}{2500}$ z $\frac{7}{10}$; l) $2\frac{51}{250}$ z $3\frac{4}{5}$;

Př. 5-13. Vypočítejte a zapište pomocí zlomku v základním tvaru, kolik procent je:

- a) 0,6 z 108 ; b) 2,24 z 576 ; c) 720 z 270 ; d) $\frac{9}{70}$ z $\frac{120}{7}$;

Př. 5-14. Vypočítejte, kolik promile je:

- a) 10 z 400 ; b) 40 z 8 000 ; c) 0,012 z 0,8 ; d) 0,24 z 6 ;
e) 0,25 z 500 ; f) 28 z 40 ; g) 0,6 z $\frac{3}{4}$; h) 1,89 z $3\frac{6}{7}$;

Př. 5-15. Vypočítejte, kolik je to procent a zaokrouhlete na jedno desetinné místo:

- a) 9 z 500 ; b) 13 z 80 ; c) 40 z 270 ; d) 173 z 330 ;
e) 3,4 z 123 ; f) 0,68 z 3 ; g) 931 z 2460 ; h) 82,4 z 9000 ;
i) 0,17 z 4,9 ; j) 0,34 z 0,9 ; k) 112 z 80 ; l) 91,7 z 37 ;
m) $\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{2}$; n) $\frac{11}{8}$ z $\frac{7}{3}$; o) $\frac{5}{6}$ z 4 ; p) $3\frac{4}{17}$ z $2\frac{2}{5}$;

Př. 5-16. Vypočítejte základ:

- a) 3 % jsou 21 ; b) 20 % je 17 ; c) 26 % je 39 ; d) 30 % je 180 ;
e) 16 % je 12,8 ; f) 23 % je 2,3 ; g) 15 % je 34,95 ; h) 93 % je 99,51 ;
i) 16 % je 960 ; j) 9 % je 342 ; k) 44 % je 4015 ; l) 70 % je 4 998 ;
m) 60 % je 0,3 ; n) 15 % je 0,12 ; o) 19 % je 0,114 ; p) 95 % je 0,703 ;

Př. 5-17. Vypočítejte základ:

- a) 33 % je 0,66 ; b) 99 % je 8,91 ; c) 24 % je 2,4 ; d) 16 % je 0,64 ;
e) 120 % je 96 ; f) 400 % je 56 ; g) 153 % je 153 ; h) 650 % je 468 ;

- i) 0,6 % je 0,3 ; j) 0,1 % je 0,89 ; k) 2,5 % je 5,8 ; l) 39 % je 963,3 ;
 m) 90 % je 0,72 ; n) 9 % je 0,063 ; o) 95 % je 0,38 ; p) 74 % je 0,666 ;

Př. 5-18. Vypočítejte základ, výsledek uveďte jako zlomek v základním tvaru:

- a) 80 % je $\frac{2}{15}$; b) 6 % je $\frac{3}{70}$; c) 54 % je $\frac{81}{200}$; d) 18 % z $\frac{3}{25}$;
 e) 31 % je $\frac{62}{125}$; f) 330 % je $\frac{22}{15}$; g) 0,7 % je $\frac{21}{8\,000}$; h) 80 % je $1\frac{4}{5}$;
 i) 3 % jsou $\frac{3}{13}$; j) 240 % je $\frac{16}{5}$; k) 3,5 % je $\frac{1}{40}$; l) 78 % je $1\frac{37}{275}$;

Př. 5-19. Vypočítejte základ:

- a) $\frac{2}{3}$ % je 0,6 ; b) $\frac{10}{7}$ % je 10,8 ; c) $\frac{4}{3}$ % je 8,48 ; d) $\frac{5}{12}$ % je $\frac{1}{72}$;

Př. 5-20. Vypočítejte základ:

- a) 3 ‰ jsou 0,3 ; b) 2 ‰ jsou 14,8 ; c) 3 ‰ jsou 4,5 ; d) 9 ‰ je 0,081 ;
 e) 0,5 ‰ je 0,4 ; f) 221 ‰ je 8,84 ; g) 72 ‰ je 0,06 ; h) 56 ‰ je 0,08 ;

5.2 Slovní úlohy

Př. 5-21. Luxusní 200 g vážící čokoláda obsahuje 85 % kaka. Kolik gramů kaka obsahuje? Kolik gramů kaka bude obsahovat $\frac{1}{5}$ čokolády?

Př. 5-22. Na školní výlet se od 29 dětí vybralo celkem 8 700 Kč. Z této částky bylo 13 % určeno na vstupné do zoologické zahrady. Kolik peněz bylo určeno na vstupné do zoologické zahrady a kolik zaplatilo za vstupenku každé dítě?

Př. 5-23. Úsporná lednička stála 9 999 Kč, následně byla zlevněna o 20 %. O kolik korun byla zlevněna? Kolik stála tato lednička po slevě, když se její cena zaokrouhlila na celé koruny?

Př. 5-24. Kolik kilogramů pšenice obsahuje 20 kg krmné směsi pro slepice, jestliže je v ní 35 % pšenice?

Př. 5-25. V ovocném koncentrátu o objemu 0,4 litru bylo 14 ‰ konzervačních látek. Kolik mililitrů konzervačních látek bylo v ovocném koncentrátu?

Př. 5-26. Petr zaplatil 12 000 Kč za elektrický měřicí přístroj, v této částce byl započten i recyklační poplatek 480 Kč. Kolik procent z částky tvořil recyklační poplatek? Kolik procent z částky činí částka bez recyklačního poplatku?

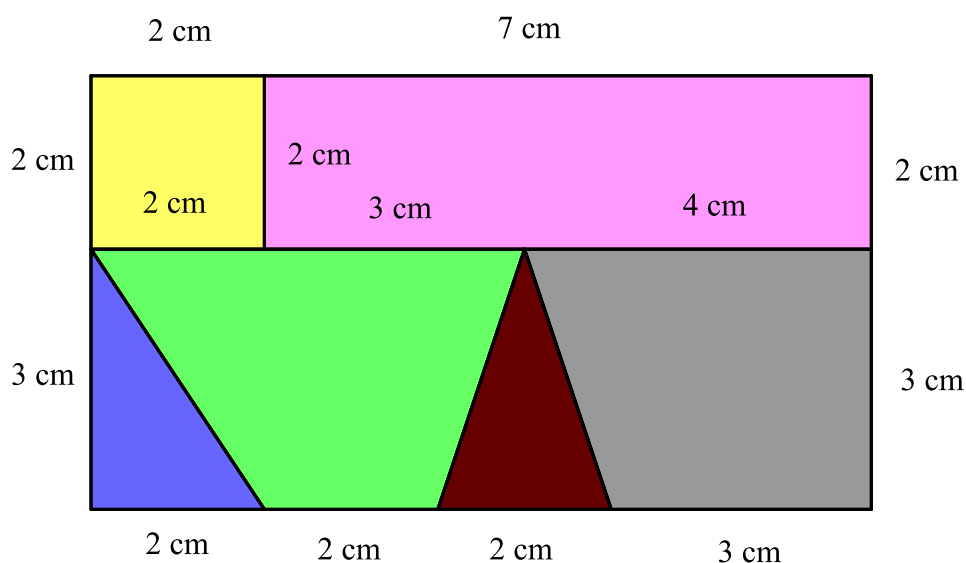
Př. 5-27. V podniku pracuje 5 800 zaměstnanců, z toho je 3 944 mužů. Kolik procent pracujících v podniku tvoří ženy a kolik mužů?

Př. 5-28. Maminka napekla 125 koláčků, z toho bylo 60 makových, 28 tvarohových a zbylé povidlové. Vyjádřete v procentech, kolik bylo kterých.

Př. 5-29. Krémová polévka o objemu 250 ml obsahuje 15 % smetany. Kolik procent smetany bude obsahovat tatáž polévka dětské porce? Dětská porce je polovina normální porce.

Př. 5-30. Do vody o objemu 0,3 l se přililo 200 ml čistého etanolu. Kolikaprocentní vznikne lihovina?

Př. 5-31. Vypočítejte, kolik procent z celé barevné plochy obdélníku na obrázku 5.1 zaujímá a) modrý trojúhelník, b) hnědý trojúhelník, c) zelený lichoběžník, d) šedý lichoběžník, e) žlutý čtverec, f) růžový obdélník.



Obr. 5.1 Barevný obdélník

Př. 5-32. Při výlovu rybníka bylo vyloveno 19 sumců. Ti tvořili 4 % ze všech výlovených kusů ryb. Kolik kusů ryb bylo vyloveno?

Př. 5-33. Ze všech podaných reklamací jich bylo úspěšně vyřešeno 741. Ty představovaly 95 % všech reklamací. Kolik bylo reklamací?

Př. 5-34. Kurzu se nezúčastnilo 25 % dětí, protože byly nemocné. Kurzem prošlo 48 dětí. Kolik dětí mělo původně absolvovat kurz?

Př. 5-35. Při sušení hub se odpaří voda, která činí 80 % jejich hmotnosti. Kolik kilogramů hub je potřeba nasbírat, abychom měli 5 kg sušených hub?

Př. 5-36. Pro krmení včel se používá 30% roztok cukru. S kolika litry vody se musí smíchat 12 kg cukru, aby vznikl roztok požadované koncentrace? Jeden litr vody váží jeden kilogram.

Př. 5-37. Panu Čápovi utekli 4 králíci a zbylo mu tak 84 % z původního počtu králíků. Kolik má nyní králíků?

Př. 5-38. Martině se zvýšila výplata o 12 % na 9520 Kč. O kolik vzrostla její výplata? Jaká byla její původní výplata?

Př. 5-39. V pokladniče přibylo 24 Kč. Kolik procent přibylo, když je nyní v pokladniče 504 Kč?

Př. 5-40. Kluci si rozdělovali peníze. Honza dostal 84 Kč, Petr 140 Kč, Luboš 224 Kč a Pavel 112 Kč. Vyjádřete v procentech, kolik každý z nich dostal.

Př. 5-41. Šetrnějším způsobem jízdy se na stále stejné trati ušetřilo 720 Kč. To představuje 15 % původní ceny za benzín. Kolik litrů benzínu se nyní projede, pokud benzín stojí 34 Kč/l?

Př. 5-42. Dívek je na matematickém semináři 75 %. 60 % chlapů napsalo závěrečnou písemnou práci na jedničku. Kolik je ve třídě dětí, jestliže jinou známku než jedničku dostalo 8 chlapců?

Př. 5-43. Na soutěž se nedostavilo 28 dětí z různých důvodů, a proto soutěžilo pouze 42 dětí. Vyjádřete v procentech, jaká byla účast na soutěži.

Př. 5-44. V hospodě je 16 lidí, z toho jsou 3 kuřáci. Kolik procent je v hospodě nekuřáků? Kolik procent bude v hospodě nekuřáků, když přijdou ještě tři kuřáci a jeden nekuřák?

Př. 5-45. Bedna s nářadím váží 30 kg. Z bedny jsme vyndali 3 kg vrtačku a tím se snížila hmotnost nářadí v bedně o 12 %. Kolik váží nářadí a kolik prázdná bedna?

Př. 5-46. Sportovní batoh stál 800 Kč, pak byl v důsledku velké poptávky zdražen o 30 %, následně musel být z nové ceny zlevněn o 30 %. Jaká byla jeho konečná cena a kolikaprocentní byla změna konečné ceny oproti původní?

Př. 5-47. Tři pánové si rozdělovali 600 Kč za vrácené láhve od piva. První dostal 40 % z celé částky, druhý 55 % ze zbytku a třetí to, co na něj zbylo. Kolik měl každý peněz a kolik procent to bylo z celé částky?

Př. 5-48. Vzdušná vzdálenost mezi dvěma místy je 24 km. Jaké je průměrné stoupání v promilách, pokud je výškový rozdíl obou míst 744 metrů?

Př. 5-49. K terase vysoké 0,6 metru bylo přiloženo kolmo prkno. Tak byl zajištěn nájezd pro kotouč se stoupáním 24 %. Jak daleko od terasy sahá prkno?

Př. 5-50. Průměrné stoupání mezi dvěma místy je 18 ‰. Jaká je nadmořská výška vyššího ze dvou míst, jestliže níže položené místo leží ve výšce 534 m. n. m. a je od výše položeného místa vzdáleno vzdušnou čarou 900 m?

Př. 5-51. Celá běžecká trasa dlouhá 1,5 km vzdušnou čarou vede do kopce. Z této délky se běží $\frac{1}{15}$ se stoupáním 23 ‰, $\frac{2}{15}$ s nulovým stoupáním, $\frac{1}{5}$ se stoupáním 24 ‰, $\frac{4}{15}$ se stoupáním 17 ‰ a na poslední $\frac{1}{3}$ se stoupáním 37 ‰. Jaké je průměrné stoupání v promilách? Jaký je výškový rozdíl mezi startem a cílem?

Př. 5-52. Původní počet zájemců vzrostl o 20 % a činil tak 438 zájemců. Kolik bylo původně zájemců?

Př. 5-53. Michal si rozplánoval práci na tři dny. První den udělal 30 %, druhý den udělal 45 % ze zbytku a třetí den práci dokončil. Který den udělal nejvíce práce a který nejméně?

Př. 5-54. Značkové tričko za 450 Kč bylo dvakrát zlevněno, nejprve o 20 % a po nějaké době ještě o 30 %. Jaká byla jeho konečná cena a o kolik procent z původní ceny bylo zlevněno?

Př. 5-55. Zahradník má na zahradě 60 ovocných stromů. Některé stromy mu ale neunesly, a tak vykácel $\frac{2}{15}$ stromů. Ze zbylých stromů mu 13 obrali ptáci. Vyjádřete v procentech, z kolika zbylých stromů sklídl ovoce. Kolik procent zahrady vykácel?

Př. 5-56. Před Vánocemi zdražil mobilní telefon o 15 %, na konci ledna byl opět zlevněn o 15 %. Jaká byla jeho cena před Vánocemi, pokud na konci ledna stál 5 865 Kč. Nejprve odhadněte, zda byla vyšší nebo nižší, a teprve pak počítejte.

Př. 5-57. Je zapotřebí oplotit 3 obdélníkové pozemky s rozměry 300 m a 170 m. Kolik metrů pletiva bude zapotřebí na oplocení, pokud musíme počítat 8 % navíc.

Př. 5-58. Pomazánka obsahuje 45 % sušiny a ta 32 % koření. Kolik je pomazánky a kolik koření, když máme 90 g sušiny? Kolik procent představuje koření v pomazánce?

Př. 5-59. Vstupenka pro jednu osobu stojí v době sezóny 140 Kč, mimo sezónu je o 20 % levnější. Děti mají ještě slevu 30 % z aktuální ceny. Kolik ušetří pětičlenná rodina (2 dospělí, 3 děti), pokud půjde mimo sezónu? Mohl by za ušetřené peníze jít s rodinou ještě jejich dospělý příbuzný?

Př. 5-60. Lesník Marek potřebuje zalesnit 5 hektarů. Na jednom hektaru se vysazuje 8 000 smrků. Kolik je potřeba zasadit semínek smrků, když jich vyklíčí jen 70 % a přitom jich ještě 12 % uhyne, než dorostou do vhodné délky pro vysazení?

Př. 5-61. O kolik procent se zmenší a) rozloha, b) obvod zahrady tvaru obdélníku o stranách dlouhých 32 m a 50 m, pokud kratší stranu zmenšíme o 37,5 % její délky?

Př. 5-62. Jeden stroj vyprodukuje za směnu 600 výrobků, v podniku je 8 takovýchto strojů. O kolik procent se musí zvýšit produkce jednoho stroje, aby byla zachována stejná produkce za směnu v případě, že se 2 stroje před začátkem směny porouchají?

Př. 5-63. O kolik procent se musí zdražit výrobek, který byl nejprve zlevněn o 30 %, aby měl opět původní cenu?

Př. 5-64. Ondra si rozplánoval práci na týden (7 dní) tak, že v pondělí udělá $\frac{1}{5}$ a v neděli 5 %. Vyjádřete v procentech, kolik práce musí průměrně udělat ve zbylých dnech.

Př. 5-65. O kolik procent se zvětší a) povrch, b) objem krychle, jestliže se její strana zvětší o 20 %?

Př. 5-66. O kolik procent se musí zlevnit výrobek, který byl nejprve zdražen o 10 %, aby měl opět původní cenu?

Př. 5-67. V cukrárně se prodával koláč za 16 Kč. Měsíčně si ho koupilo průměrně 126 lidí. Majitel cukrárny se rozhodl snížit cenu koláče o 12,5 %. Průměrně kolik lidí si musí nyní měsíčně koupit koláč, aby utržil více peněz?

Př. 5-68. Stejný výrobek prodávali ve dvou různých prodejnách za stejnou cenu. Následně jedna prodejna zdražila výrobek o 12 % a druhá o 16 %. Jaké byly ceny výrobku v první i v druhé prodejně po zdražení, jestliže jejich rozdíl v cenách byl 16,40 Kč?

Př. 5-69. Maruška se rozhodla, že bude pěstovat a prodávat exotickou květinu, chce vypěstovat 420 kusů této květiny a každý pak prodat za 25 Kč. Ze zasazených semínek vyklíčí pouze 62,5 %. Od vyklíčení do prodeje jich ještě 16 % uhyne. Jaký bude její zisk, když za jedno semínko zaplatí 1,50 Kč?

Př. 5-70. V dílně pracuje 60 dělníků a každý musí denně vyrobit 800 součástek. Zaměstnavatel zvýšil počet dělníků o 15 % a snížil denní normu pro dělníka o 15 %. Myslel si, že tak zachová denní produkci dílny. Měl pravdu? Pokud ne, o kolik procent se zvětšila nebo zmenšila denní produkce dílny?

Př. 5-71. Ze skladu mýdel vyvezli do zahraničí $\frac{5}{8}$ zásob. Ze zbytku rozvezli $\frac{2}{3}$ po domácích prodejnách. Kolik procent vyvezli do zahraničí? Kolik procent jim zůstalo na skladě?

Př. 5-72. Kolikaprocentní získáme roztok, když ve 300 g vody rozpustíme 20 g cukru?

Př. 5-73. Alkoholický nápoj o objemu 2 l obsahuje 70 % alkoholu. Jaká bude jeho koncentrace po přilítí 3 l čisté vody?

Př. 5-74. Solný roztok o objemu 2 l obsahuje 15 % soli. Kolik vody je nutné nechat odpařit, abychom získali 40% roztok? Kolik litrů vody bude obsahovat tento roztok? Jeden litr vody váží jeden kilogram.

Př. 5-75. Tatínek měl vypálených 12 l slivovice, která obsahovala 60 % alkoholu. Kolika litry čisté vody ji musí naředit, aby získal 45% slivovici? Kolik litrů vody bude obsahovat slivovice po naředění?

Př. 5-76. Kolikaprocentní roztok získáme, když smícháme 3 l 60% a 5 l 20% roztoku?

Př. 5-77. Vypočítejte, jaký je úrok z částky 20 000 Kč za 3 roky v případě, že je úročeno 4 % za rok podle a) jednoduché úrokování (úroky se neúročí), b) podle složeného úrokování (úroky se úročí).

Př. 5-78. Petr si půjčil od Lukáše peníze. Slíbil mu, že až mu je bude vracet, vrátí mu o 12 % víc, než si půjčil. Kolik mu vrátil, jestliže mu vrátil o 180 Kč víc?

Př. 5-79. Kolik si uložil pan Poklička do banky na účet s úrokovou mírou 2 % za rok, jestliže po dvou letech zde měl částku 41 616 Kč?

Př. 5-80. Kolik si uložil pan Hrnec do banky na účet s úrokovou mírou 1,5 % za rok, jestliže po dvou letech vzrostla částka o 4 231,50 Kč?

Př. 5-81. Petr si uložil do banky 60 000 Kč. Na jakou částku se mu zúročí za 3 roky, pokud bude mít úrokovou míru 2 % p.a. (roční úrokové období)? Na jakou částku se mu zúročí, pokud mu z úroku strhne banka ještě 15% daň?

Př. 5-82. Pán si chce koupit nový počítač, který stojí 18 000 Kč. Požadovanou sumu nemá k dispozici, a proto se domluvil s prodejcem, že ji bude splácet. Při prodeji

zaplatí 20 % z ceny a dále pak po 15 měsících částku 1 080 Kč. Kolik procent z původní částky splácí měsíčně? O kolik zaplatí víc, než kdyby zaplatil celou částku ihned?

Př. 5-83. O kolik vzroste částka 70 000 Kč, pokud je úročena 5% p.a? (roční úrokové období). Doba úročení je a) 3 měsíce, b) 1,5 roku.

Př. 5-84. Jaká by musela být roční úroková míra, aby se částka 30 000 Kč zúročila za 7 měsíců o 1 190 Kč? Počítejte i 15% daň z úroku.

5.3 Výsledky a řešení:

5-1 a) 10 ‰; 260 ‰; 8 ‰; 7 200 ‰; 3,5 ‰; 0,92 ‰; 8010 ‰; 39,3 ‰; b) 0,4 %; 6,2 %; 0,01 %; 59 %; 0,042 %; 0,0017 %; 51,1 %; 0,485 %;

5-2 a) $\frac{1}{50}$; $\frac{2}{25}$; $\frac{33}{100}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{27}{50}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{500}$; $\frac{29}{500}$ b) $\frac{1}{100}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{6}{25}$; $\frac{47}{100}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{11}{5}$; $\frac{17}{500}$; $\frac{17}{200}$

5-3 8 %; 77 %; 75 %; 30 %; 50 %; 44 %; 42 %; 150 %; 0,4 %; 3,2 %; 98 %; 25 %;

5-4 0,02; 0,08; 0,33; 0,5; 0,54; 0,65; 1,2; 0,006; 0,058; 2,39;

5-5 a) 2; b) 2; c) 45; d) 480; e) 12,6; f) 0,67; g) 36,96; h) 18,8; i) 1 330; j) 5 096; k) 199,8; l) 209,78; m) 0,48; n) 0,013; o) 0,022 5; p) 0,288 8;

5-6 a) 0,1; b) 2,94; c) 4,9; d) 4,32; e) 99; f) 135; g) 497,29; h) 93; i) 0,07; j) 4,5; k) 9,024; l) 144,1; m) 0,004; n) 1,900 8; o) 244,375; p) 324,904;

5-7 a) $\frac{1}{20}$; b) $\frac{21}{400}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{9}{250}$; e) $\frac{11}{180}$; f) $\frac{66}{35}$; g) $\frac{3}{1000}$; h) $\frac{188}{225}$; i) $\frac{39}{25}$; j) $\frac{1}{100}$; k) $\frac{21}{1250}$; l) $\frac{779}{250}$;

5-8 a) 2,34; b) 3,84; c) 14,04; d) 0,3;

5-9 a) 1,2; b) 168; c) 0,012; d) 0,064; e) 0,12; f) 13,53; g) 0,012; h) 0,162;

5-10 a) 4 %; b) 40 %; c) 16 %; d) 56 %; e) 6 %; f) 87 %; g) 45 %; h) 17 %; i) 3 %; j) 71 %; k) 18 %; l) 8 %; m) 40 %; n) 64 %; o) 15 %; p) 81 %;

5-11 a) 30 %; b) 29 %; c) 47 %; d) 95 %; e) 130 %; f) 292 %; g) 510 %; h) 273 %; i) 0,4 %; j) 0,9 %; k) 1,5 %; l) 3,5 %; m) 30 %; n) 15,3 %; o) 113,2 %; p) 13,5 %;

5-12 a) 7 %; b) 72 %; c) 41 %; d) 63 %; e) 27 %; f) 168 %; g) 0,6 %; h) 72 %; i) 53 %; j) 66 %; k) 9,2 %; l) 58 %;

5-13 a) $\frac{8}{9}$ %; b) $\frac{7}{18}$ %; c) $\frac{800}{3}$ %; d) $\frac{3}{4}$ %;

5-14 a) 25 ‰; b) 5 ‰; c) 15 ‰; d) 40 ‰; e) 0,5 ‰; f) 700 ‰; g) 800 ‰; h) 490 ‰;

5-15 a) 1,8 %; b) 16,3 %; c) 14,8 %; d) 52,4 %; e) 2,8 %; f) 22,7 %; g) 37,8 %; h) 0,9 %; i) 3,5 %; j) 37,8 %; k) 141,2 %; l) 247,8 %; m) 6,7 %; n) 58,9 %; o) 20,8 %; p) 134,8 %;

5-16 a) 700; b) 85; c) 150; d) 600; e) 80; f) 10; g) 233; h) 107; i) 6 000; j) 3 800; k) 9 125; l) 7 140; m) 0,5; n) 0,8; o) 0,6; p) 0,74;

5-17 a) 2; b) 9; c) 10; d) 4; e) 80; f) 14; g) 100; h) 72; i) 50; j) 890; k) 232; l) 2 470;

- m) 0,8; n) 0,7; o) 0,4; p) 0,9;
- 5-18** a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{5}{8}$; f) $\frac{4}{9}$; g) $\frac{3}{8}$; h) $\frac{9}{4}$; i) $\frac{100}{13}$; j) $\frac{4}{3}$; k) $\frac{5}{7}$; l) $\frac{16}{11}$;
- 5-19** a) 90; b) 756; c) 636; d) $\frac{10}{3}$;
- 5-20** a) 100; b) 7 400; c) 1 500; d) 9; e) 800; f) 4; g) $\frac{5}{6}$; h) $\frac{10}{7}$;
- 5-21** 170 g; 34 g;
- 5-22** 1 131 Kč; 39 Kč;
- 5-23** o 1 999,80 Kč; 7 999 Kč;
- 5-24** 7 kg;
- 5-25** 5,6 ml;
- 5-26** 4 %; 96 %;
- 5-27** 32 %; 68 %;
- 5-28** 48 %; 22,4 %; 29,6 %;
- 5-29** 15 %;
- 5-30** 40 %;
- 5-31** a) $6\frac{2}{3}$ %; b) $6\frac{2}{3}$ %; c) $23\frac{1}{3}$ %; d) $23\frac{1}{3}$ %; e) $8\frac{8}{9}$ %; f) $31\frac{1}{9}$ %;
- 5-32** 475;
- 5-33** 780;
- 5-34** 64;
- 5-35** 25 kg;
- 5-36** 28 l;
- 5-37** 21;
- 5-38** 1 020 Kč; 8 500 Kč;
- 5-39** 5 %;
- 5-40** 15 %; 25 %; 40 %; 20 %;
- 5-41** 120 l;
- 5-42** 80;
- 5-43** 60 %;
- 5-44** 81,25 %; 70 %;
- 5-45** 25 kg; 5 kg;
- 5-46** 728 Kč; snížila o 9 %;
- 5-47** 240 Kč; 198 Kč; 162 Kč; 40 %; 33 %; 27 %;
- 5-48** 31 ‰;
- 5-49** 2,5 m;
- 5-50** 550,2 m;
- 5-51** 23,2 ‰; 34,8 m;
- 5-52** 365;

5-53 nejvíc třetí den; nejméně první den;

5-54 252 Kč; o 56 %;

5-55 75 %; o $13\frac{1}{3}$ %;

5-56 vyšší; o 6 000 Kč;

5-57 3 045,6 m;

5-58 200 g; 28,8 g; 14,4 %;

5-59 115 Kč; ano;

5-60 64 936 m;

5-61 37,5 %; $14\frac{26}{41}$ %;

5-62 o $33\frac{1}{3}$ %;

5-63 o $42\frac{6}{7}$ %;

5-64 15 %;

5-65 o 44 %; o 72,8 %

5-66 o $9\frac{1}{11}$ %;

5-67 víc než 144;

5-68 459,20 Kč; 475,60 Kč;

5-69 9 300 Kč;

5-70 Ne, poklesla o 2,25 %;

5-71 62,5 %; 12,5 %;

5-72 6,25 %;

5-73 o 28 %;

5-74 1,25 l; 0,45 l;

5-75 4 l; 8,8 l;

5-76 35 %;

5-77 a) 22 400 Kč; b) 22 497,28 Kč;

5-78 1 680 Kč;

5-79 40 000 Kč;

5-80 140 000 Kč;

5-81 63 672,48 Kč; 63 112,31 Kč;

5-82 6 %; o 1 800 Kč;

5-83 a) o 875 Kč; b) o 5 337,50 Kč;

5-84 8 %;

Kapitola 6

Statistika

6.1 Základy statistiky

Př. 6-1. Jaký úhel odpovídá jednomu procentu při sestavování kruhového diagramu?

Př. 6-2. Petr má doma 32 DVD nosičů s filmy. Z toho jsou 4 horory, 2 pohádky, 6 romantických, 12 válečných a 8 dokumentárních. Zapište procenty zastoupení jednotlivých žánrů na DVD. Vytvořte sloupcový diagram.

Př. 6-3. Dědeček zakoupil na oslavu svých narozenin piva různých značek. 12 piv značky Gambrinus, 32 piv značky Pilsner Urquell, 16 piv značky Staropramen, 12 piv značky Velkopopovický Kozel a 8 piv značky Braník. Zapište procenty zastoupení jednotlivých značek piv. Vytvořte kruhový diagram. Kolik piv mohl průměrně vypít každý z 32 účastníků oslavy?

Př. 6-4. Proveďte statistické šetření. Po dobu 30 minut pozorujte před svým domem nebo na jiném vhodném místě projíždějící auta. Zaměřte se na to, zda je řídí žena nebo muž. Takového šetření provádějte v pěti dnech, vždy na stejném místě a ve stejný čas. Ze získaných hodnot vytvořte tabulku. Vyjádřete četnost jednotlivých hodnot v konkrétních dnech, ale i celkově, v procentech a sestrojte sloupcový diagram.

Př. 6-5. Proveďte statistické šetření. Za statistický soubor vezměte alespoň 25 osob (nejlépe školní třídu). Za zkoumaný statistický znak vezměte:

- a) číslo označující den narození;
- b) číslo označující měsíc narození;

Ze získaných hodnot vytvořte tabulku. U bodu b) vyjádřete četnost jednotlivých měsíců procenty a sestrojte kruhový diagram.

Př. 6-6. Z údajů v tabulce 6.1, která byla převzata a upravena ze stránek Českého statistického úřadu, ze Statistické ročenky České republiky 2012, vyčtěte nebo dopočítejte následující informace:

- Jaký je nejvíce a nejméně rozlehlý okres Jihočeského kraje?
- Jaký je nejlidnatější okres Jihočeského kraje?
- O kolik více obyvatel žije v okrese Český Krumlov než v okrese Prachatice?
- O kolik více žen než mužů žije v České republice?
- Kolikrát větší je hustota obyvatelstva na km² v okr. Tábor než v okr. J. Hradec?
- Kolik procent rozlohy Jihočeského kraje tvoří okr. Český Krumlov?
- Kolik procent z celkového počtu obyvatel České republiky představuje Jihočeský kraj?
- Kolik má průměrně jeden kraj České republiky obyvatel? Krajů je 14. Jaký je rozdíl mezi tímto průměrem a skutečným počtem obyvatel v Jihočeském kraji?
- Kolik obyvatel Jihočeského kraje připadá průměrně na jeden jeho okres? Který okres je tomuto počtu nejbližší?
- Kolik m² z rozlohy České republiky by připadlo na jednoho jejího obyvatele, kdyby měli všichni nárok na stejně velké území?

ÚZEMÍ A PODNEBÍ					AREA AND CLIMATE		
2-3. Rozloha území České republiky, počet obyvatel, hustota obyvatelstva na 1 km ² a počet obcí v územním členění k 31. 12. 2011							
Territory of the Czech Republic, its area, population, population density per km ² and the number of municipalities by territorial unit as at 31 December 2011							
Území, kraj, okres	Rozloha ¹⁾ (km ²)	Počet obyvatel	v tom		Průměrný věk (roky)	Hustota obyvatelstva na 1 km ²	Počet obcí
			muži	ženy			
<i>Territorial unit, region (R), district</i>	<i>Area¹⁾ (km²)</i>	<i>Population</i>	<i>Males</i>	<i>Females</i>	<i>Average age (year)</i>	<i>Population density per km²</i>	<i>Number of municipalities</i>
Česká republika <i>Czech Republic</i>	78 866	10 505 445	5 158 210	5 347 235	41,1	133	6 251
Jihočeský kraj (R)	10 056	636 138	313 284	322 854	41,2	63	623
České Budějovice	1 639	187 304	91 612	95 692	40,9	114	109
Český Krumlov	1 615	61 333	30 722	30 611	39,6	38	46
Jindřichův Hradec	1 944	92 427	45 496	46 931	41,4	48	106
Písek	1 127	70 460	34 635	35 825	42,2	63	75
Prachatice	1 375	51 081	25 437	25 644	40,5	37	65
Strakonice	1 032	70 765	34 982	35 783	41,5	69	112
Tábor	1 326	102 768	50 400	52 368	41,9	78	110

¹⁾ Pramen: Český úřad zeměměřický a katastrální ¹⁾ Source: Czech Office for Surveying, Mapping and Cadastre.

Obr. 6.1 Tabulka s údaji o Jihočeském kraji (převzato a upraveno z: inter. stránek ČSÚ [25])

Př. 6-7. Z údajů v tabulce 6.2, která byla převzata a upravena ze stránek Českého statistického úřadu, ze Statistické ročenky České republiky 2012, dopočítejte chybějící data v tabulce, která představují červená písmena v šedých políčkách. Dále z údajů v tabulce vyčtěte nebo dopočítejte následující informace:

- Ve kterém roce navštívilo kina nejvíce lidí?
- Ve kterém roce bylo nejvíce představení a ve kterém nejméně?
- O kolik uvedených celovečerních programů bylo v roce 2008 méně než v roce 2010?
- Kolik bylo celkem v letech 2008 až 2011 uvedeno filmů v premiéře s českými titulky?
- Kolikrát víc bylo v roce 2009 uvedeno filmů v premiéře zahraniční tvorby než české tvorby?
- Kolik procent tvořila kina s jedním kinosálem ze všech kin v roce 2009?
- O kolik procent byla návštěvnost v roce 2009 větší než v roce 2011?
- Kolik lidí navštívilo průměrně měsíčně kino v roce 2008?

KULTURA A SPORT						CULTURE AND SPORT
26-14. Kina						
Cinemas						
Ukazatel	2005	2008	2009	2010	2011	Indicator
Kina celkem	530	B	735	701	658	Cinemas, total
v tom kina:						
s jedním kinosálem	509	643	711	C	632	Single-hall cinemas
se dvěma a více kinosály	A	24	24	26	D	Multiple-hall cinemas
Sedadla (tis.)	154	238	240	238	224	Seats (thous.)
Návštěvníci (tis.)	9 479	12 897	12 470	13 537	10 790	Attendance (thous.)
Představení (tis.)	318	386	403	399	409	Performances (thous.)
Uvedené celovečerní programy	1 105	1 172	1 174	1 180	1 182	Full-length films shown
Filmy uvedené v premiéře	193	200	253	F	H	Premiere films shown
v tom:						
česká tvorba ¹⁾	24	E	45	37	45	Czech production ¹⁾
zahraniční tvorba	169	162	208	206	I	Foreign production
z toho:						
v originální verzi	-	40	G	62	49	In original version
s českými titulky	152	137	156	151	137	With Czech subtitles
dabované	17	23	29	30	34	Dubbed

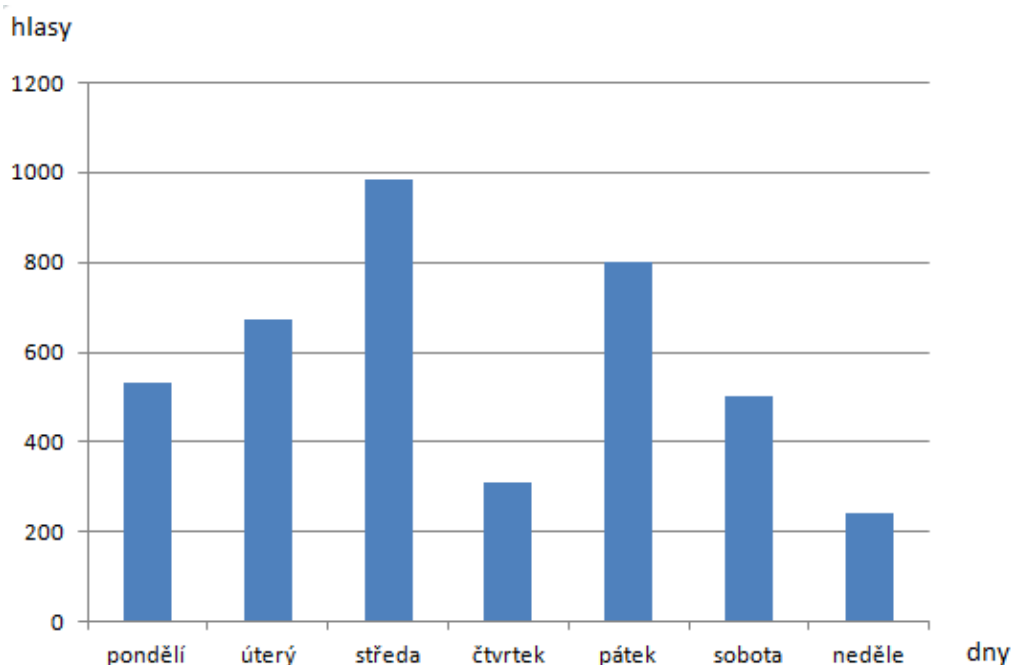
¹⁾ vč. celovečerních dokumentárních, animovaných filmů nebo obnovených premiér

¹⁾ Includes full-length documentary, animated films, or films' re-premieres.

Obr. 6.2 Tabulka s údaji o kinech, (převzato a upraveno z: inter. stránek ČSÚ [26])

Př. 6-8. Ondra se zúčastnil internetové soutěže o nejhezčího nakresleného draka. Soutěž trvala týden. Na obrázku 6.3 je diagram, na kterém jsou zobrazeny hlasy, které získal v jednotlivých dnech. Odpovězte na tyto otázky:

- Který den získal nejvíce hlasů?
- Který den získal nejméně hlasů?
- Který den získal přesně 800 hlasů?
- Ve kterých dnech získal víc než 600?
- Ve kterých dnech získal méně než 400?
- Ve kterých dnech získal méně než v pátek a více než ve čtvrtek?
- Ve kterých dnech získal méně než v pátek a více než v úterý?

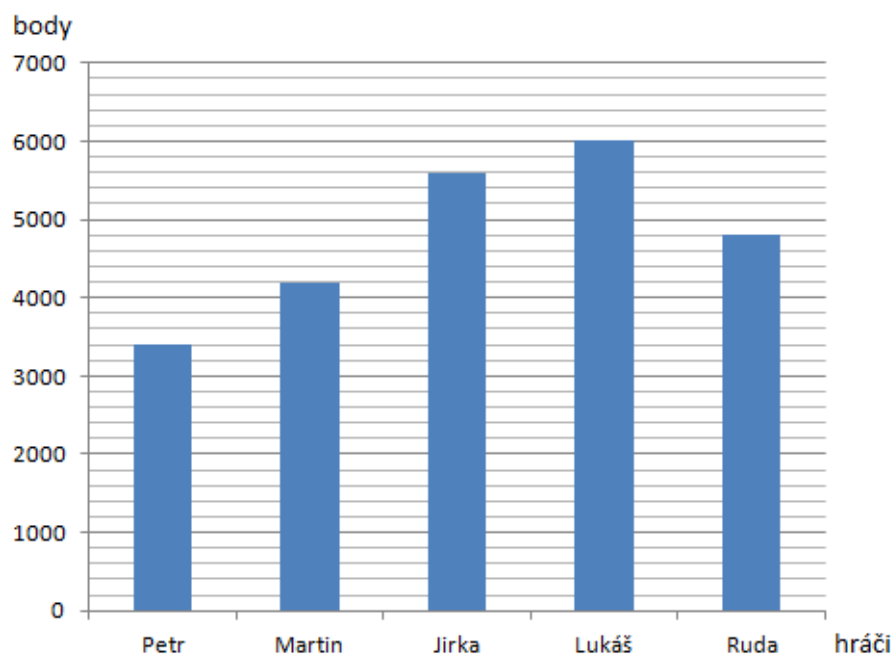


Obr. 6.3 Hlasování

Př. 6-9. Stejnou počítačovou hru hrálo 5 hráčů. Každý z nich získal jiný počet bodů. Získané body jednotlivých hráčů byly porovnány v diagramu, který je na obrázku 6.4. Odpovězte na tyto otázky:

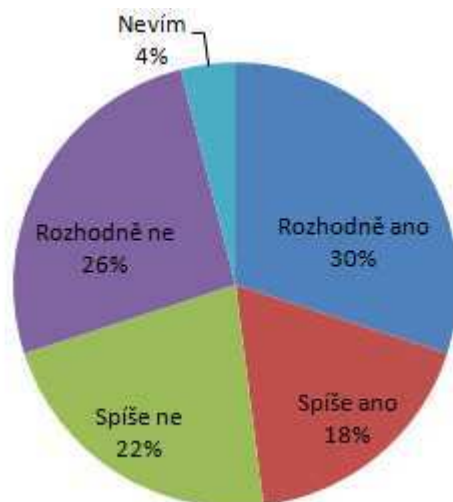
- Který z hráčů získal nejvíce a který nejméně bodů?
- Kolik bodů získal Ruda?
- O kolik bodů více získal Lukáš než Martin?
- Kterí hráči získali více než 4 600 bodů?
- Kterí hráči získali více než 3 800 bodů a méně než 4 600?
- Kdo měl více bodů? Petr s Lukášem nebo Martin s Jirkou?

g) Kolik získal průměrně každý hráč bodů? Kdo byl tomuto průměru nejbližší?



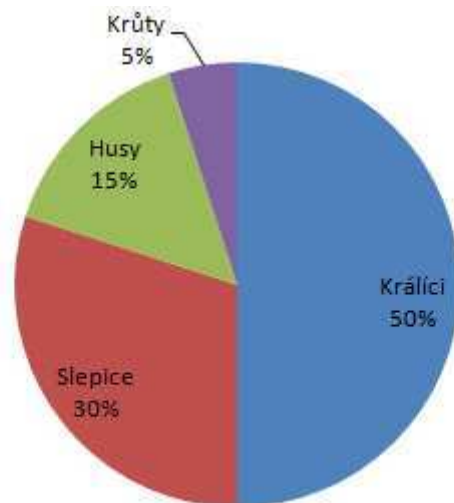
Obr. 6.4 Hráči

Př. 6-10. Petr dělal průzkum ve svém městě. Náhodně vybraným lidem předložil lístek s otázkou, zda jsou spokojení se sportovním vyžitím v jejich městě. Pod otázkou byl výběr z pěti odpovědí a) Rozhodně ano, b) Spíše ano, c) Spíše ne, d) Rozhodně ne, e) Nevím. Výsledek průzkumu zpracoval v diagramu, který je na obrázku 6.5. Celkem mu na otázku odpovědělo 150 lidí. Kolik lidí vyznačilo kterou odpověď? Je více spokojených nebo nespokojených lidí?



Obr. 6.5 Vyhodnocení

Př. 6-11. Na obrázku 6.6 je zobrazen kruhový diagram, který zobrazuje procentní podíl zvířat, která chová pan Vrána. Sestavte sloupcovitý diagram, pokud víte, že celkem měl 20 zvířat.



Obr. 6.6 Zvířata 1

Př. 6-12. Rozhodněte, zda lze určit aritmetický průměr:

- a) ze známek získaných ve škole;
- b) z pohlaví dvacetičlenné skupiny lidí;
- c) z věku všech členů rodiny;

Př. 6-13. Vypočítejte aritmetický průměr z těchto čísel:

- a) 9; 13;
- b) 2; 6; 9; 15;
- c) 2,3; 3,8; 4,1;
- d) -6; -3; 1; 7; 9;
- e) 14; 32; 47; 67; 85; 91;
- f) 215; 472; 583; 765; 900;

Př. 6-14. Určete modus z těchto čísel:

- a) 2; 5; 2; 1; 3; 2; 5; 1; 3; 4; 4; 1; 2; 3;
- b) 9; 6; 2; 1; 8; 5; 7; 3; 6; 4;
- c) 2,3; 2,3; 2,3; 3,8; 3,8; 4,1; 4,1; 4,1; 4,1;
- d) -3; -6; -3; -6; -3; -6; -3; -6; -3;
- e) 14; 32; 47; 14; 47; 32; 32; 14; 32; 47;
- f) 9; 3; 6; 3; 6; 9; 6; 9; 3; 6; 9;

Př. 6-15. Určete medián z těchto čísel:

- a) 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 4; 4;
- b) 5; 5; 6; 6; 6; 7; 8; 9; 9; 9; 10; 10; 10;
- c) 1,9; 2,8; 4,6; 6,4; 8,3; 9,1; 11,4; 15,8; 17,3;
- d) -11; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3;
- e) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10;
- f) 19; 32; 46; 53; 61; 79; 86; 92; 111; 124;

Př. 6-16. Vypočítejte aritmetický průměr a určete modus a medián z těchto čísel:
14; 35; 21; 28; 35; 14; 21; 42; 21; 35; 28; 28; 35; 42;

Př. 6-17. Je pravdivé tvrzení, že aritmetický průměr ze sudých čísel je sudé číslo?

Př. 6-18. Zdravotní sestra Katka si procházela rozpis služeb z minulého roku. V lednu měla 8krát noční službu, v únoru 7krát, v březnu 9krát, v dubnu 12krát, v květnu žádnou, v červnu 13krát, v červenci 11krát, v srpnu 7krát, v září 6krát, v říjnu 14krát, v listopadu 4krát, v prosinci 5krát noční službu. Kolikrát měla průměrně měsíčně noční službu?

Př. 6-19. V dílně na výrobu hraček pracují 3 muži a 2 ženy. Pan Mirek vyrobí denně 15 hraček, paní Lenka 13, pan Matěj 12, paní Lucka 16 a pan Jan 14. Kolik hraček průměrně vyrobí jeden pracovník za den? Kdo tento průměrný výkon nesplňuje?

Př. 6-20. Aritmetický průměr dvou čísel je 10. Jedno z těchto čísel je 7. Určete druhé číslo.

Př. 6-21. Petr si počítá svůj aritmetický průměr z matematiky, zatím má tyto známky 3, 1, 3, 2, 2, 4. Jaká známka mu vychází? Kolik jedniček by musel dostat, aby to vytáhl na čistou dvojku?

Př. 6-22. Vypočítejte, jaká je průměrná výška člena rodiny Holubových a určete modus a medián výšky této rodiny, jestliže tatínek měří 196 cm, maminka 174 cm, dvojčata 92 cm a dědeček 188 cm?

Př. 6-23. Ve skupině alespoň 20 osob (nejlépe školní třídě) rozdejte každému papírek a požádejte ho, aby na něj zapsal jedno libovolné číslo od 1 do 10. Následně papírky vyberte a z daných čísel určete aritmetický průměr, modus a medián.

Př. 6-24. Při odměňování za pomoc při povodních se rozdávaly dvě částky. Ti, kteří pomáhali déle, získali 500 Kč a ti, kteří pomáhali kratší dobu, získali 300 Kč. Kterých lidí bylo více, pokud průměrná odměna činila 396 Kč?

Př. 6-25. Ve třídě 6.B se rozhodli, že udělají mezi sebou sbírku pro postiženého kloučka, aby si mohl koupit zdravotní pomůcku za 1 200 Kč. V tabulce 6.7 je zobrazeno, kolik žáků přispělo a jakou částkou. Odpovězte na následující otázky:

- Kolik se celkem vybralo korun a kolik to činilo procent z částky zdravotní pomůcky?
- Jaká byla průměrná výše příspěvku?
- Určete modus a medián.
- Vyjádřete číslem i procenty z celkového počtu žáků, kteří přispěli, kolik jich přispělo víc, než byla průměrná výše příspěvku.

Přispěná částka	15,00 Kč	20,00 Kč	35,00 Kč	40,00 Kč	55,00 Kč	60,00 Kč
Počet žáků	5	1	3	8	2	6

Obr. 6.7 Tabulka sbírky

Př. 6-26. Ke dni dětí byla připravena hra na Stanovišti 1 v házení míčků skrz čtyři kruhové obruče. Každá obruč měla jiný průměr a na každou obruč bylo určeno 5 hodů. Pokud se dítě trefilo, získalo bod. V tabulce 6.8 jsou zapsány výsledky 5 dětí. Odpovězte na následující otázky:

- Které z dětí získalo nejvíc bodů?
- Do které obruče se děti nejvíce střefovaly?
- Průměrně kolik bodů získalo každé z nich?
- Vyjádřete v procentech, jaká byla úspěšnost Pepíčka.
- Vyjádřete v procentech, jaká byla úspěšnost v této hře.
- Určete modus a medián z počtů všech získaných bodů.
- Za 3 body bylo možné získat ovocný bonbon. Kolik bonbonů získal Lukášek a kolik Tereška?

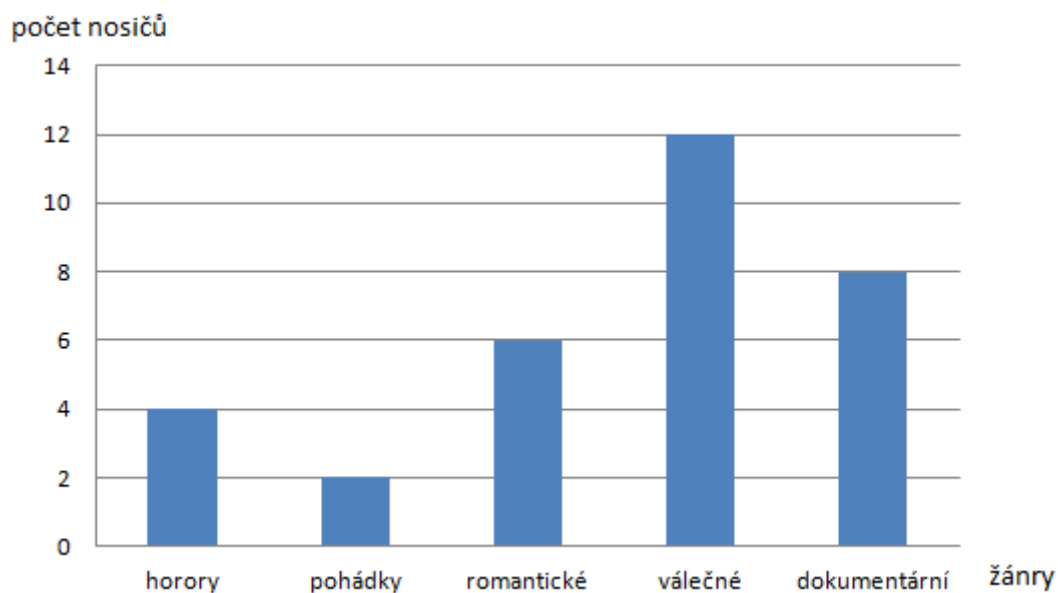
Stanoviště 1	1. obruč	2. obruč	3. obruč	4. obruč
Pepíček	2	3	3	1
Mařenka	5	1	2	2
Honzík	3	5	4	4
Lukášek	4	2	2	1
Tereška	5	2	1	3

Obr. 6.8 Tabulka výsledků soutěže

6.2 Výsledky a řešení:

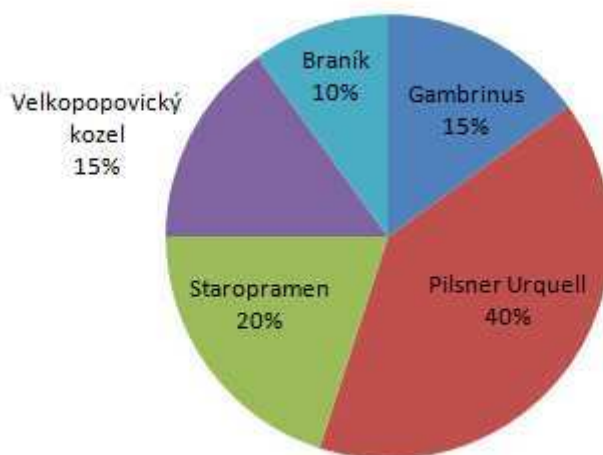
6-1 3,6°;

6-2 12,5 %; 6,25 %; 18,75 %; 37,5 %; 25 %;



Obr. 6.9 Diagramy 1

6-3 Každý mohl vypít dvě a půl piva.

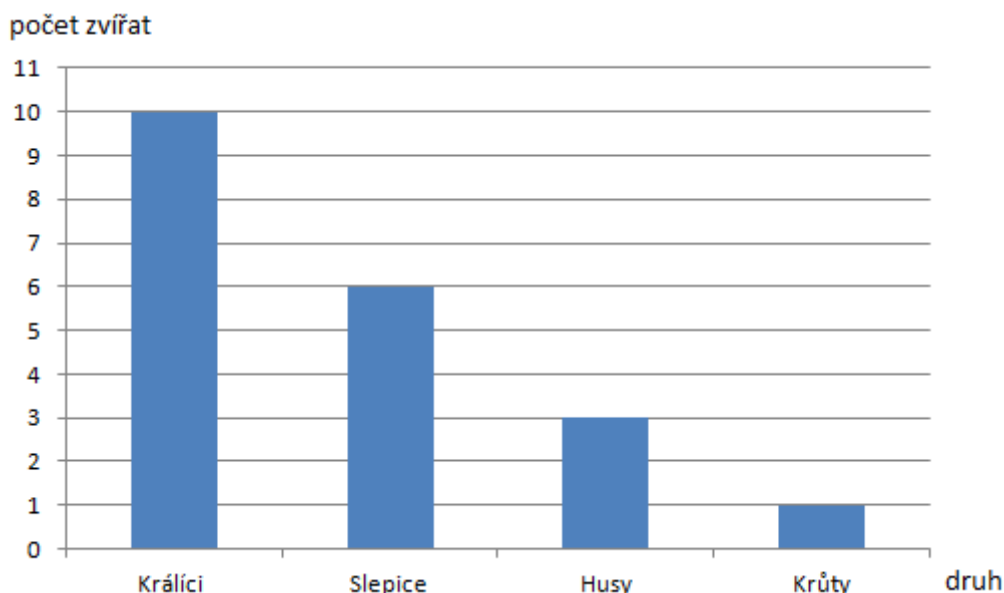


Obr. 6.10 Diagramy 2

6-4 individuální výsledek;

6-5 individuální výsledek;

- 6-6** a) Jindřichův Hradec, Strakonice; b) České Budějovice; c) o 10 252; d) 189 025;
e) 1,625krát; f) o 16,1 %; g) 6,1 %; h) 750 389 obyvatel; o 114 251 obyvatel
méně než je průměr; i) 90,877 obyvatel; Jindřichův Hradec; j) 7,507,2 m²;
- 6-7** $A = 21$; $B = 667$; $C = 2675$; $D = 26$; $E = 38$; $F = 243$; $G = 68$; $H = 220$;
 $I = 175$; a) 2010; b) 2011, 2005; c) o 8; d) 581; e) 4,6krát; f) 96,7 %; g) o 15,6 %;
h) 1 074 750;
- 6-8** a) ve středu; b) v neděli; c) pátek; d) úterý, středa, pátek; e) čtvrtek, neděle;
f) pondělí, úterý, sobota; g) žádný den;
- 6-9** a) Lukáš, Petr; b) 4 800; c) 1800; d) Jirka, Lukáš, Ruda; e) Martin;
f) Martin s Jirkou; g) 4 800, Ruda;
- 6-10** 45 - Rozhodně ano, 27 - Spíše ano, 33 - Spíše ne, 39 - Rozhodně ne, 6 - Nevím;
je to vyrovnané;
- 6-11**



Obr. 6.11 Zvířata 2

- 6-12** a) ano; b) ne; c) ano;
- 6-13** a) 11; b) 8; c) 3,4; d) 1,6; e) 56; f) 587;
- 6-14** a) 2; b) 6; c) 4,1; d) -3; e) 32; f) 6 a 9;
- 6-15** a) 2; b) 8; c) 8,3; d) -7; e) 5,5; f) 70;
- 6-16** 28,5; 35; 28;
- 6-17** není;
- 6-18** 8;
- 6-19** 14; Lenka a Matěj;
- 6-20** 13;

6-21 2,5; tři jedničky

6-22 148,4 cm; 92 cm; 174 cm;

6-23 individuální výsledek;

6-24 více bylo těch, kteří pomáhali kratší dobu;

6-25 a) 990; 80,2 %; b) 39,60 Kč; c) 40 a 40; d) 16; 64 %;

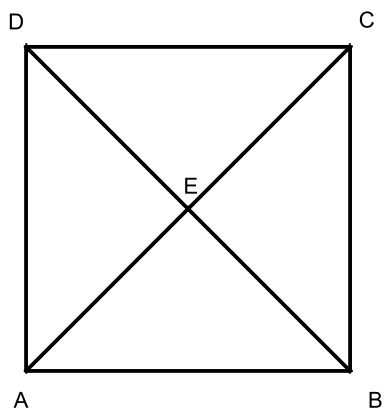
6-26 a) Honzík; b) 1. obruč; c) 11; d) 45 %; e) 55 %; f) 2; 2,5; g) 3; 3;

Kapitola 7

Pythagorova věta

7.1 Pythagorova věta

Př. 7-1. Zapište všechny pravoúhlé trojúhelníky z obrázku 7.1, na kterém je čtverec se svými úhlopříčkami.



Obr. 7.1 Pravoúhlé trojúhelníky

Př. 7-2. Jak se nazývá nejdelší strana pravoúhlého trojúhelníku a jak zbylé dvě?

Př. 7-3. Může existovat pravoúhlý trojúhelník, který je současně a) rovnostranný, b) rovnoramenný?

Př. 7-4. Určete, zda je trojúhelník ABC pravoúhlý, jestliže má strany délek:

- a) $a = 2 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $c = 5 \text{ cm}$; b) $a = 1 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ mm}$; $c = 0,6 \text{ cm}$;
c) $a = 7 \text{ dm}$; $b = 6 \text{ dm}$; $c = 9 \text{ dm}$; d) $a = 5 \text{ m}$; $b = 1300 \text{ cm}$; $c = 120 \text{ dm}$;
e) $a = 5 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$; $c = 4 \text{ cm}$; f) $a = 1,5 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$; $c = 0,18 \text{ dm}$;

Př. 7-5. Vypočítejte délku přepony trojúhelníku ABC , jestliže délky jeho odvěsen jsou:

- a) $a = 3 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; b) $a = 8 \text{ dm}$; $b = 1,5 \text{ m}$; c) $a = 0,8 \text{ m}$; $b = 60 \text{ cm}$;

Př. 7-6. Vypočítejte délku druhé odvěsny trojúhelníku ABC , jestliže délka přepony c a délka jedné odvěsny jsou:

- a) $a = 12 \text{ cm}$; $c = 15 \text{ cm}$; b) $b = 1,2 \text{ dm}$; $c = 0,2 \text{ m}$; c) $a = 8 \text{ dm}$; $c = 1,7 \text{ m}$;

Př. 7-7. Dopočítejte třetí stranu pravoúhlého trojúhelníku ABC , jestliže a a b jsou odvěsny a c je přepona. Vypočtenou délku vhodně zaokrouhlete:

- a) $a = 1 \text{ cm}$; $c = 13 \text{ mm}$; b) $a = 14 \text{ dm}$; $b = 0,3 \text{ m}$;
c) $b = 80 \text{ cm}$; $c = 1,9 \text{ m}$; d) $a = 110 \text{ mm}$; $c = 23 \text{ cm}$;
e) $a = 0,65 \text{ dm}$; $b = 0,09 \text{ m}$; f) $b = 240 \text{ mm}$; $c = 33 \text{ cm}$;
g) $a = 45 \text{ cm}$; $c = 1 \text{ m}$; h) $a = 0,042 \text{ m}$; $b = 0,26 \text{ dm}$;

Př. 7-8. Vypočítejte délku úhlopříčky a) obdélníku se stranami délek $0,9 \text{ m}$ a 60 cm ,
b) čtverce se stranou délky 11 mm .

Př. 7-9. Vypočítejte pětinu obsahu čtverce, který má úhlopříčku délky 19 mm .

Př. 7-10. Vypočítejte čtvrtinu obvodu obdélníku, který má jednu stranu délky 24 m a úhlopříčku délky 26 m .

Př. 7-11. Pomocí Pythagorovy věty narýsujte odmocninu z deseti.

Př. 7-12. Jaký je obsah čtverce nad odvěsnou b , jestliže délka odvěsny a měří 22 cm a přepona c měří 25 cm ?

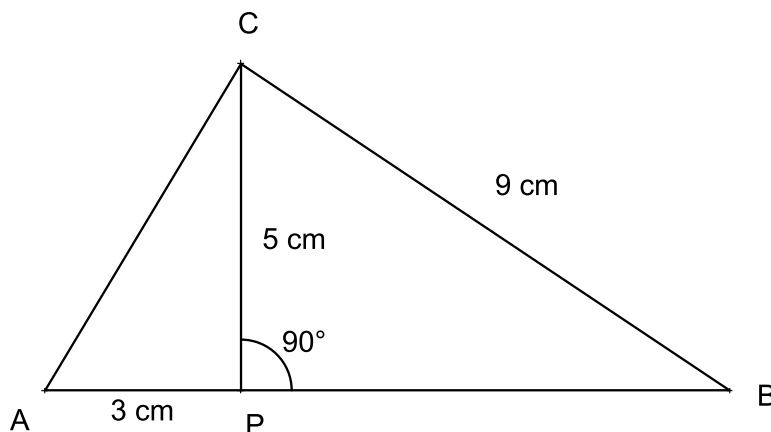
Př. 7-13. Vypočítejte obsah a obvod pravoúhlého trojúhelníku ABC s délkou přepony 13 cm a jednou odvěsnou délky 12 cm .

Př. 7-14. Vypočítejte obvod pravoúhlého trojúhelníku ABC s odvěsnou b délky 8 cm a obsahem 20 cm^2 .

Př. 7-15. Čtverci o obsahu $12,25 \text{ dm}^2$ má být opsána kružnice. Jak velký bude její poloměr?

Př. 7-16. Jak velká by musela být strana čtverce, aby mu bylo možné opsat kružnici o poloměru 14 cm ?

Př. 7-17. Vypočítejte délky stran trojúhelníku ABC , který je vyobrazen na obrázku 7.2, kde CP je výška na stranu AB



Obr. 7.2 Strany trojúhelníku

Př. 7-18. Vypočítejte výšku v_m k základně rovnoramenného trojúhelníku KLM , který má základnu m dlouhou 12 cm a ramena délek 9 cm.

Př. 7-19. Vypočítejte obsah pozemku tvaru rovnostranného trojúhelníku, jehož obvod je 72 m.

Př. 7-20. Vypočítejte obvod rovnoramenného trojúhelníku, který má obsah $66,33 \text{ m}^2$ a základnu délky 20 m.

Př. 7-21. Vypočítejte všechny výšky rovnoramenného trojúhelníku PQR , který má základnu r délky 18 cm a ramena o 5 cm kratší, než je délka základny.

Př. 7-22. Vypočítejte délku ramen rovnoramenného trojúhelníku, pokud má základna délku 5 cm a na ní spuštěná výška má délku 7 cm.

Př. 7-23. Vypočítejte obvod kosočtverce, který má úhlopříčky délek 14 m a 8 m.

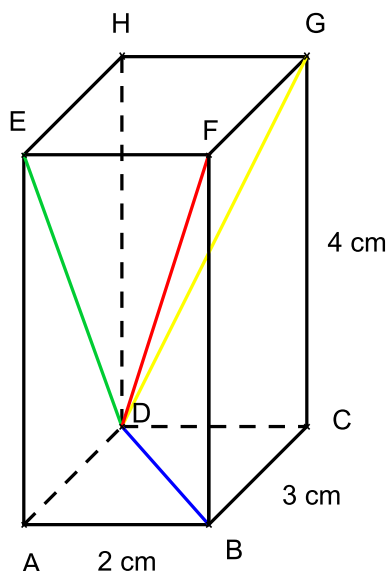
Př. 7-24. Délka jedné úhlopříčky kosočtverce je 0,16 m. Dopočítejte délku druhé, jestliže víte, že délka jeho strany je 11 cm.

Př. 7-25. Vejde se do krabičky tvaru krychle o hraně 7 cm propisovací pero dlouhé 12 cm?

Př. 7-26. Vypočítejte obsah pravidelného šestiúhelníku, jestliže délka jeho nejdelší úhlopříčky je 8 cm.

Př. 7-27. Pravoúhlý lichoběžník má jednu základnu dlouhou 7 m, druhou 4 m a jedno rameno, nevíme které, dlouhé 4 m. Vypočítejte délku čtvrté strany.

Př. 7-28. Vypočítejte délky všech úhlopříček kváдру, které jsou barevně vyznačeny na obrázku 7.3, kde jsou také uvedeny rozměry kváдру.



Obr. 7.3 Úhlopříčky

Př. 7-29. Podle obrázku 7.3 vypočítejte obsah a) obdélníku $ABGH$, b) obdélníku $BFHD$.

Př. 7-30. Podle obrázku 7.3 vypočítejte obvod trojúhelníku ACF .

Př. 7-31. Vypočítejte obsah a obvod čtverce, jehož úhlopříčka má délku 5,66 cm.

Př. 7-32. Je možné z kmene dlouhého 80 cm, který má na širším konci poloměr 13 cm a na užším 12 cm, vyříznout hranol délky 80 cm s rozměry podstavy 13 cm a 21 cm?

Př. 7-33. Máme záhon tvaru rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny jsou dlouhé 21 m a 15 m. Šířka záhonu je aritmetický průměr délek základů. Kolik metrů pletiva bude potřeba na jeho oplocení?

Př. 7-34. Jakou rozlohu má pozemek tvaru rovnoramenného lichoběžníku, jehož obvod je 380 m, strany jsou v poměru 3 : 8 : 3 : 5? Jak dlouhá je jeho úhlopříčka?

Př. 7-35. Pan Straka si při rekonstrukci chaty udělal z tvrzené desky nájezd na terasu. Jak daleko od terasy mu sahá tato deska, pokud je dlouhá 1,2 m a terasa je vysoká 70 cm?

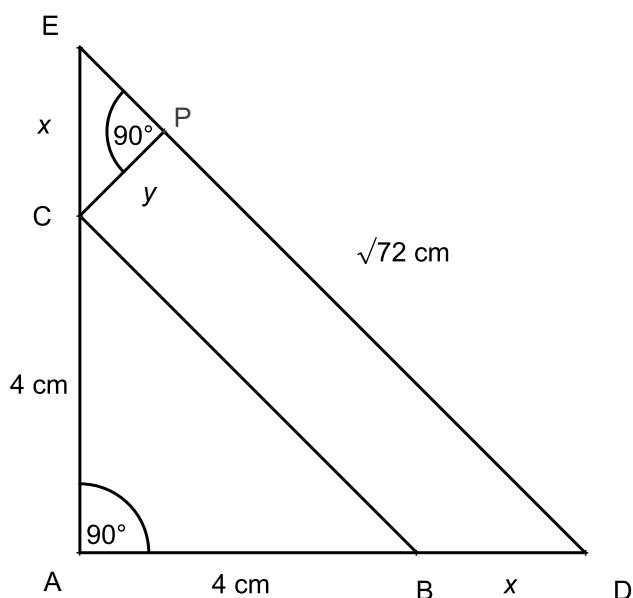
Př. 7-36. Do jaké výšky může vylézt Honzík po žebříku dlouhém 8 m, opře-li si ho 1,5 m ode zdi?

Př. 7-37. Paní Sýčková má strach ze zlodějů, proto pro jistotu zapírá domovní dveře v jejich polovině trámem dlouhým 1,3 m. Trám se dotýká země ve vzdálenosti 83 cm ode dveří. Jak vysoké jsou domovní dveře?

Př. 7-38. Zedník si opřel o zeď vodováhu tak, že se dotýkala jedním koncem zdi ve výšce 1,6 m a druhým koncem podlahy 1,2 m ode zdi. Je tato vodováha delší, než druhá vodováha, která má délku 1,8 m? Pokud ano, o kolik?

Př. 7-39. Telekomunikační anténa měří 36 m. Kolik metrů ocelového lana potřebujeme na upevnění antény kolmo k zemi, když je zapotřebí anténu upevnit ze tří stran a upevňuje se ve $\frac{2}{3}$ délky antény a 15 m od paty antény?

Př. 7-40. Na obrázku 6.4 jsou zobrazeny dva podobné trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle ADE$, kde $|AB| = |AC| = 4$ cm a $|ED| = \sqrt{72}$ cm. Vypočítejte vzdálenost $|BD| = |CE| = x$ a $|CP| = y$.

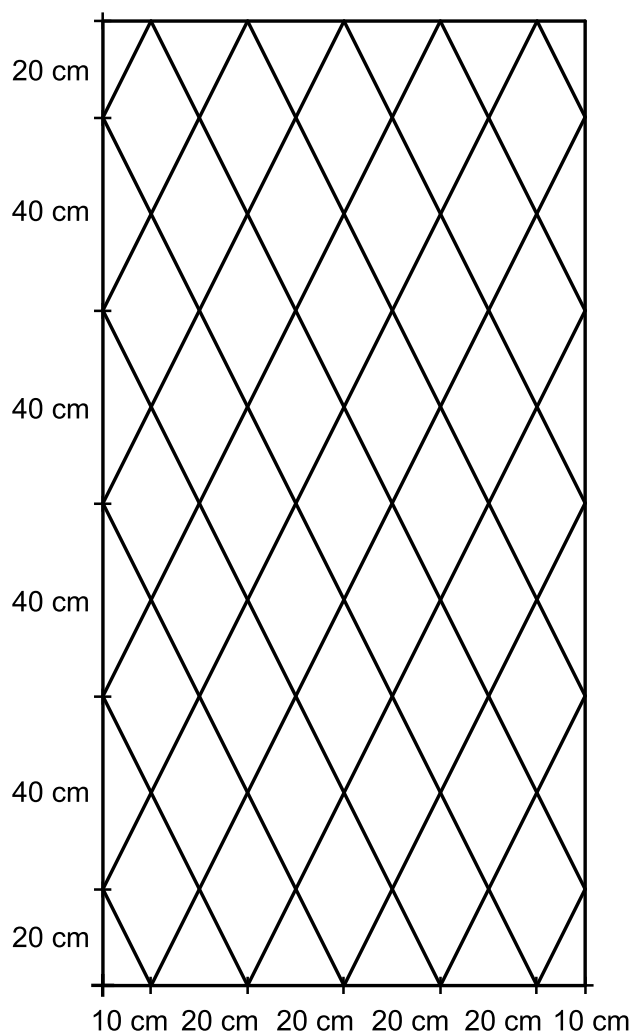


Obr. 7.4 Dva trojúhelníky

Př. 7-41. Jak dlouhá bude úhlopříčka obdélníku, který má obvod 28 cm a jednu stranu délky 6 cm? Jak velká bude úhlopříčka, pokud zdvojnásobíme rozměr každé strany obdélníku? Kolikrát se zvětšila oproti původnímu rozměru?

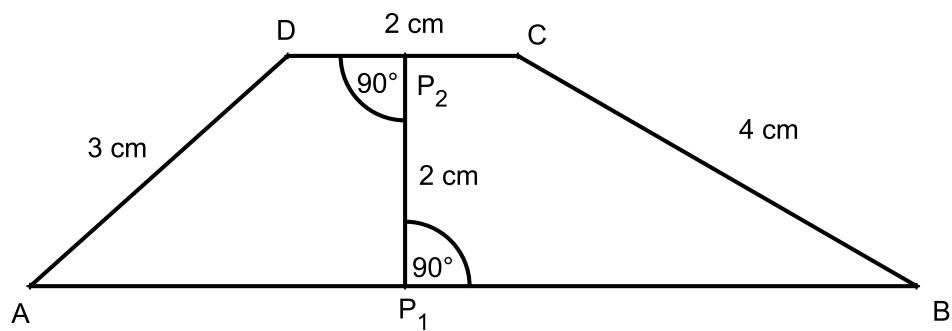
Př. 7-42. Je možné schovat tyč dlouhou 174 cm do sudu s poloměrem 0,2 m a výškou 17 dm tak, aby z něho nevyčnívala?

Př. 7-43. Pak Sýkora si nechal zhotovit mříž do obdélníkových dveří svého obchodu. Jejich rozměry jsou uvedeny na obrázku 7.5. Kolik celých decimetrů železa bylo potřeba na její zhotovení?



Obr. 7.5 Mříž

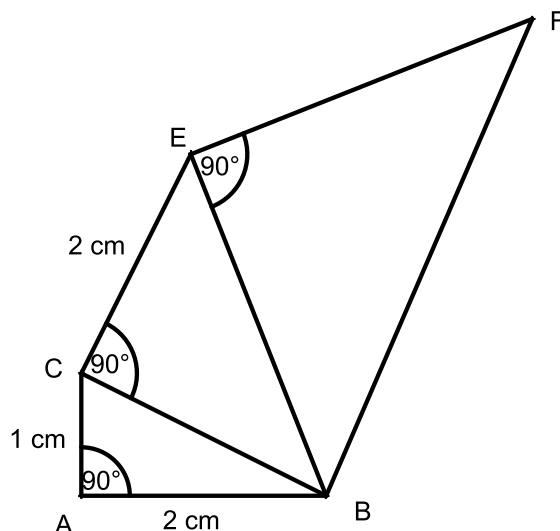
Př. 7-44. Vypočítejte délku delší základny lichoběžníku, jestliže znáte rozměry uvedené na obrázku 7.6.



Obr. 7.6 Lichoběžník

Př. 7-45. Štít střechy psí boudy má tvar rovnostranného trojúhelníku, jeho výška je 52 cm. Kolik dm^2 lepenky je potřeba na pokrytí střechy, jestliže je bouda dlouhá 120 cm?

Př. 7-46. Vypočítejte obsah a obvod pětiúhelníku $ABFEC$, který je vyobrazen na obrázku 7.7. $|BE| = |FE|$.



Obr. 7.7 Pětiúhelník

Př. 7-47. Máme pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C , délku odvěsny $b = 8$ cm. Délka odvěsny a je $\frac{3}{4}$ délky odvěsny b . Dopočítejte a) délky všech stran trojúhelníku, b) délky všech výšek, c) délky všech těžnic.

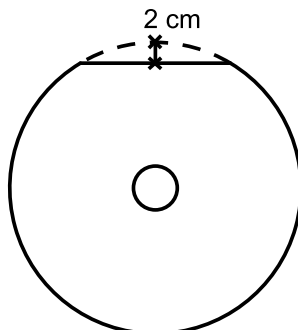
Př. 7-48. Pan Holub si chce koupit obdélníkový pozemek. Jsou mu nabídnuty dva pozemky, oba za stejnou cenu. Jeden má délku jedné strany 150 m a úhlopříčku 175 m a druhý má jednu stranu délky 80 m a úhlopříčku 188 m. Pan Holub si vybral pozemek s větší rozlohou. Který pozemek to byl?

Př. 7-49. Čtvercová plachta má úhlopříčku délky $\sqrt{98}$ m. Jak dlouhou úhlopříčku bude mít plachta, pokud její strany zkrátíme o 1 m?

Př. 7-50. Mezi dvěma sloupy vzdálenými od sebe 15 m je natažen kabel tak, že na vyšším sloupu je upevněn v $\frac{9}{10}$ své délky a na kratším sloupu v $\frac{4}{5}$ své délky. Jaká je délka kabelu, pokud jsou sloupy vysoké 8 a 6 metrů?

Př. 7-51. Maminka šije svému synovi na maškarní bál kostým klauna. Přishívá kapsy, které mají tvar kruhu, ze kterého byla odstřižena horní část o délce 12 cm a výšce 2 cm, aby kusy látky mohly sloužit jako kapsy. Jaký je poloměr této kapsy?

Př. 7-52. Poklička na pánev má tvar kruhu o poloměru 14 cm, který je na okraji seříznutý do roviny, aby bylo možné po položení pokličky nechat z pánve vyčnívat vařečku. Odříznutá část pokličky je vysoká 2 cm. Jak dlouhá je odříznutá část?

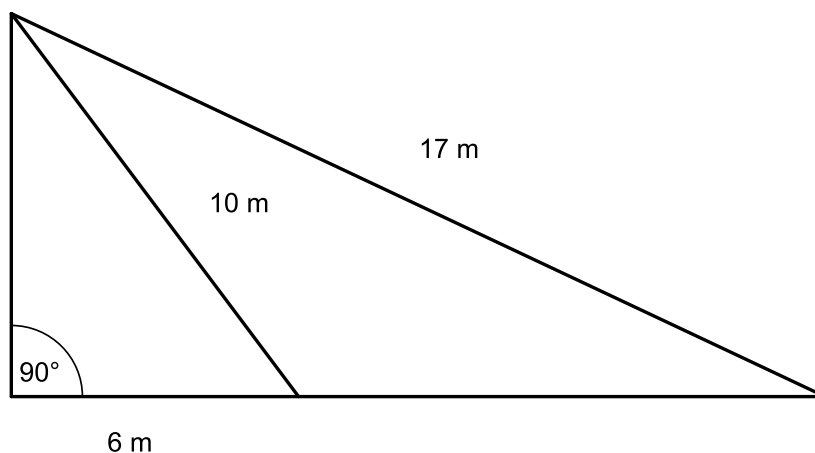


Obr. 7.8 Poklička

Př. 7-53. Petr pozoruje, jak stoupá voda ve svislých skleněných kulatých dveřích maminčiny pračky. Průměr skleněných dveří pračky je 36 cm. Do jaké výšky od spodního okraje dveří natekla voda, jestliže délka její hladiny ve skleněných dveřích měří 22 cm?

Př. 7-54. Obvod pravoúhlého trojúhelníku je 6^2 cm. Jak dlouhé jsou jeho zbylé dvě strany, pokud jedna odvěsna má délku 3^2 cm?

Př. 7-55. Z jednoho bodu na zdi jsou nad sebou k zemi nataženy dva provázky, kratší provázek je dlouhý 10 m, delší 17 m. Kratší provázek sahá do vzdálenosti 6 m ode zdi. Jak daleko jsou od sebe konce provázků na zemi? Situace je zobrazena na obrázku 7.9.



Obr. 7.9 Provázky

7.2 Výsledky

7-1 $\triangle AEB$; $\triangle BEC$; $\triangle CED$; $\triangle DEA$; $\triangle ABC$; $\triangle BCD$; $\triangle CDA$; $\triangle DAB$;

7-2 přepona; odvěsny;

7-3 a) ne; b) ano;

7-4 a) ne; b) ano; c) ne; d) ano; e) ano; f) ne;

7-5 a) $c = 5$ cm; b) $c = 17$ dm; c) $c = 1$ m;

7-6 a) $b = 9$ cm; b) $a = 16$ cm; c) $b = 15$ dm;

7-7 a) $b = 8,31$ mm; b) $c = 14,32$ dm; c) $a = 17,23$ dm; d) $b = 20,20$ cm;
e) $c = 111,02$ mm; f) $a = 22,65$ cm; g) $b = 89,30$ cm; h) $c = 49,40$ mm;

7-8 a) 10,82 dm; b) 15,56 mm;

7-9 36,1 mm²;

7-10 17 m²;

7-11 přepona trojúhelníku s odvěsnami délek 3 a 1;

7-12 141 cm²;

7-13 $S = 30$ cm²; $o = 30$ cm;

7-14 22,43 cm;

7-15 2,47 dm;

7-16 19,80 cm;

7-17 $|AB| = 10,48$ cm; $|BC| = 9$ cm; $|AC| = 5,83$ cm;

7-18 6,71 cm;

7-19 249,42 m²;

7-20 44 m;

7-21 $v_r = 9,38$ cm; $v_p = v_q = 12,99$ cm;

7-22 6,54 cm;

7-23 32,25 m;

7-24 15,01 cm;

7-25 ano;

7-26 41,57 cm²;

7-27 5 m, pokud strana dlouhá 4 m byla zároveň výškou; 2,65 m, pokud strana dlouhá 4 m byla zároveň výškou;

7-28 $|BD| = 3,61$ cm; $|DG| = 4,47$ cm; $|DE| = 5$ cm; $|DF| = 5,39$ cm;

7-29 a) 10 cm²; b) 14,42 cm²;

7-30 13,08 cm;

7-31 $S = 16,02$ cm²; $o = 16,01$ cm;

7-32 ne;

- 7-33** 72,50 m;
7-34 $6\,760\text{ m}^2$; 140 m;
7-35 97,47 cm;
7-36 7,86 m;
7-37 2 m;
7-38 Ano, o 20 cm;
7-39 84,91 m;
7-40 $|BD| = |CE| = x = 2\text{ cm}$ a $|CP| = y = 1,41\text{ cm}$;
7-41 10 cm; 20 cm; 2krát;
7-42 Ano;
7-43 284 dm;
7-44 7,7 cm;
7-45 145 dm^2 ;
7-46 $7,74\text{ cm}^2$; 12,24 cm;
7-47 a) $a = 6\text{ cm}$; $b = 8\text{ cm}$; $c = 10\text{ cm}$; b) $v_a = 8\text{ cm}$; $v_b = 6\text{ cm}$; $v_c = 4,8\text{ cm}$;
c) $t_a = 8,54\text{ cm}$; $t_b = 7,21\text{ cm}$; $t_c = 5\text{ cm}$;
7-48 druhý pozemek;
7-49 8,49 m;
7-50 15,19 m;
7-51 10 cm;
7-52 14,42 cm;
7-53 buď do výšky 32,25 cm nebo do výšky 3,75 cm;
7-54 9 cm; 12 cm; 15 cm;
7-55 9 m;

Kapitola 8

Kruh, kružnice, válec

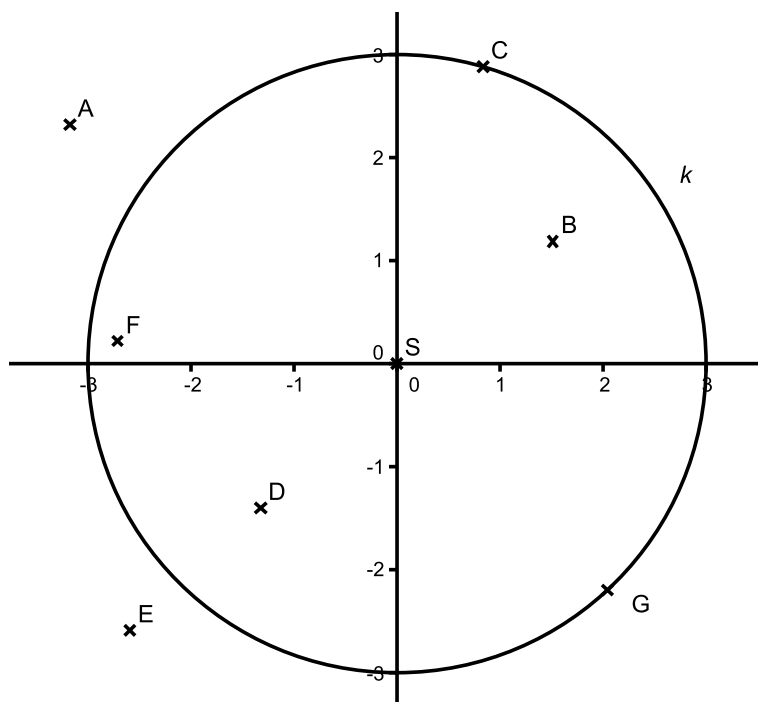
8.1 Kruh a kružnice

Př. 8-1. Jaký je rozdíl mezi kružnicí a kruhem?

Př. 8-2. Jak se nazývá vzdálenost středu a libovolného bodu na kružnici?

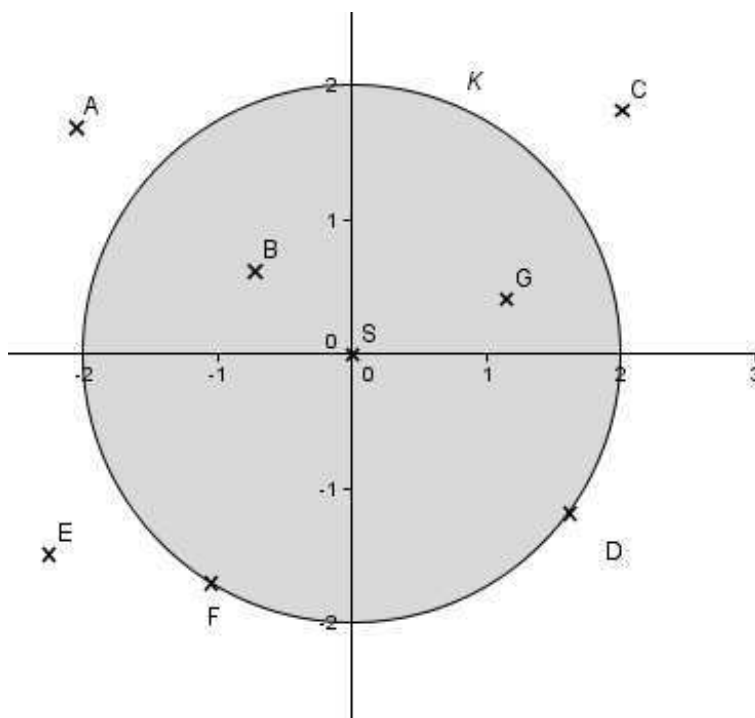
Př. 8-3. Jak se značí průměr? Jaký je vztah mezi poloměrem a průměrem?

Př. 8-4. Na obrázku 8.1 je kružnice k . Rozhodněte, které body (A, B, C, D, E, F, S) náleží kružnici, které body jsou vnitřní a které vnější body kružnice k . Jaký je poloměr této kružnice?



Obr. 8.1 Kružnice

Př. 8-5. Na obrázku je kruh K . Rozhodněte, které body (A, B, C, D, E, F, G, S) náleží kruhu a které ne. Jaký je poloměr tohoto kruhu?



Obr. 8.2 Kruh

Př. 8-6. Přečtěte následující zápis a narýsujte: a) $k(S; 5 \text{ cm})$; b) $l(M; 17 \text{ mm})$.

Př. 8-7. Přečtěte následující zápis: a) $K(S; 9 \text{ cm})$; b) $L(B; 0,6 \text{ dm})$.

Př. 8-8. Co je Ludolfovo číslo a v jakých se udává jednotkách? Jaké písmeno řecké abecedy se používá pro jeho označení? Jaká je jeho hodnota zaokrouhlená na dvě desetinná místa? Jak vypočítáme přesnou hodnotu Ludolfova čísla?

Př. 8-9. Zapište vzoreček pro výpočet obvodu kruhu (délky kružnice) a) pomocí poloměru, b) pomocí průměru.

Př. 8-10. Zapište vzoreček pro výpočet obsahu kruhu a) pomocí poloměru, b) pomocí průměru.

Při počítání používejte zaokrouhlenou hodnotu $\pi = 3,14$.

Př. 8-11. Vypočítejte obvod kruhu, který má poloměr:

- a) 3 cm; b) 2 dm; c) 11 m; d) 320 mm; e) 1,4 cm; f) 0,5 dm;

Př. 8-12. Vypočítejte délku kružnice, která má průměr:

- a) 1 cm; b) 9 dm; c) 24 m; d) 210 mm; e) 4,7 cm; f) 0,2 dm;

Př. 8-13. Vypočítejte průměr kruhu, který má obvod:

- a) 28,26 cm; b) 15,7 dm; c) 40,82 m; d) 314 mm; e) 2,198 cm;

Př. 8-14. Vypočítejte poloměr kružnice, která má délku:

- a) 37,68 cm; b) 69,08 dm; c) 257,48 m; d) 4 710 mm; e) 2,512, cm;

Př. 8-15. Vypočítejte obsah kruhu, který má poloměr:

- a) 3 cm; b) 2 dm; c) 11 m; d) 320 mm; e) 1,4 cm; f) 0,5 dm;

Př. 8-16. Vypočítejte obsah kruhu, který má průměr:

- a) 1 cm; b) 9 dm; c) 24 m; d) 210 mm; e) 4,7 cm; f) 0,2 dm;

Př. 8-17. Vypočítejte průměr kruhu, který má obsah:

- a) $153,86 \text{ cm}^2$; b) $50,24 \text{ dm}^2$; c) $6\,358,5 \text{ m}^2$; d) $1,130\,4 \text{ mm}^2$;

Př. 8-18. Vypočítejte obvod kruhu, který má obsah:

- a) $254,34 \text{ cm}^2$; b) $7\,850 \text{ dm}^2$; c) $1\,538,6 \text{ m}^2$; d) $19,625 \text{ mm}^2$;

Př. 8-19. Vypočítejte obsah kruhu, který má obvod:

- a) 18,84 cm; b) 169,56 dm; c) 2,512 m; d) 879,2 mm; e) 19,468 cm;

Př. 8-20. O kolik a kolikrát se zvětší délka kružnice o poloměru 4 cm, jestliže její poloměr zvětšíme dvakrát?

Př. 8-21. O kolik a kolikrát se zvětší obsah kruhu o poloměru 6 cm, jestliže jeho poloměr zvětšíme dvakrát?

Př. 8-22. Jaký obvod má kruhový vářič s poloměrem 8 cm?

Př. 8-23. Gymnastická obruč má obvod 18,84 dm. Jaký je její průměr?

Př. 8-24. Kolik metrů ujede Martin na kole, jestliže se jeho přední kolo o poloměru 25 cm otočí 725krát? Jakou jel průměrnou rychlostí, pokud jel 5 minut?

Př. 8-25. Petr pustil z kopce železný kruh o průměru 40 cm. Kruh urazil vzdálenost dlouhou 207,24 m. Kolikrát se otočil, pokud po celou dobu byl v kontaktu se zemí a odvaloval se?

Př. 8-26. Jaký poloměr v cm má kolo koloběžky, jestliže se na závodní dráze dlouhé 1 km a 413 m otočilo 1500krát?

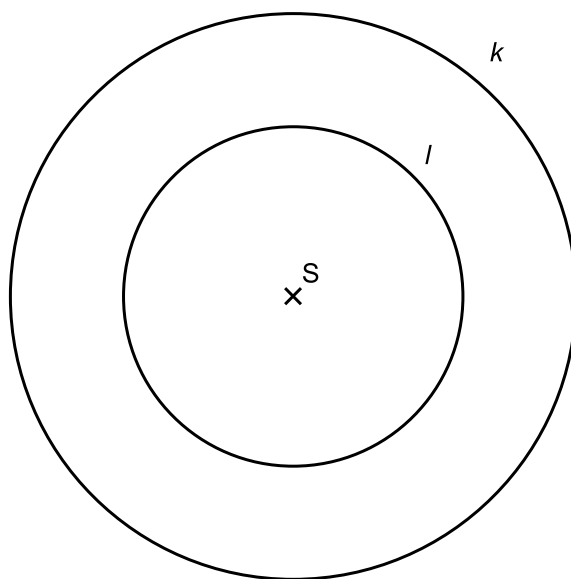
Př. 8-27. Jaký je obsah kruhové nálepky o poloměru 3,5 cm?

Př. 8-28. Jaký je průměr kruhového plátna o obsahu $94,985 \text{ m}^2$?

Př. 8-29. Jaký je obvod pizzy, která má obsah $803,84 \text{ cm}^2$?

Př. 8-30. Kruhový bazén má obvod hladiny 11,304 m. Jak velkou plochu tvoří tato hladina?

Př. 8-31. Máme dvě kružnice $k(S; 5 \text{ cm})$; $l(S; 3 \text{ cm})$ se stejným středem, ale různými poloměry. Jak se tyto kružnice nazývají? Jak se nazývá prostor mezi těmito kružnicemi? Jaký obsah má tento prostor? Situace je vyobrazena na obrázku 8.3.



Obr. 8.3 Kružnice

Př. 8-32. Do rovné řady vyskládáme za sebou 14 stejných kruhů. Jak dlouhá bude tato řada, pokud každý kruh má obvod 69,08 cm?

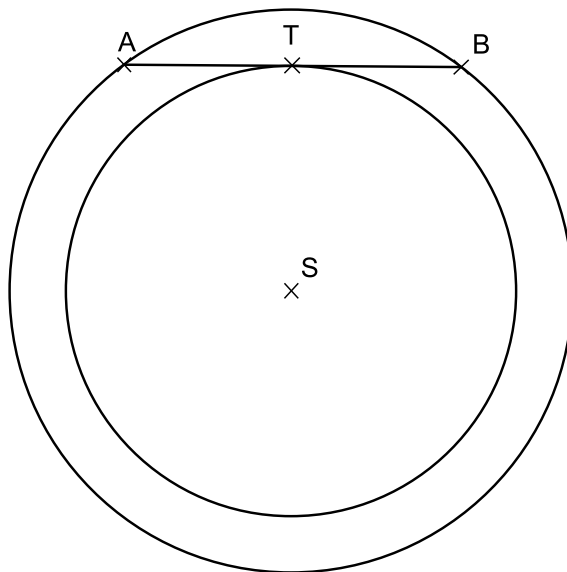
Př. 8-33. Kolik celých kruhů o poloměru 0,6 dm můžeme vystříhnout z papíru tvaru obdélníku o rozměrech 6 dm a 5 dm? Kolik vznikne dm^2 odpadu?

Př. 8-34. Kolik místa zbyde na kruhové pánvi o poloměru 16 cm, budeme-li na ní smažit čtyři kruhové placičky o průměru 11 cm?

Př. 8-35. Lukáš jezdí na kole po hrázi rybníka pořád dokola. Rybník má přibližně tvar kruhu o poloměru 200 m. Kolikrát se otočí jeho přední kolo o poloměru 25 cm, pokud ho objede třikrát?

Př. 8-36. Jaká je šířka mezikruží mezi dvěma soustřednými kružnicemi délek 43,96 cm a 75,36 cm?

Př. 8-37. Máme dvě soustředné kružnice délek 50,24 cm a 62,8 cm. Na větší kružnici jsou umístěny dva body A, B tak, aby se jejich spojnice dotýkala menší kružnice v bodě T . Ten leží uprostřed úsečky AB . Vypočítejte délku úsečky AB . Situace je vyobrazena na obrázku 8.4. Jak se nazývá úsečka AB vzhledem k větší kružnici a jak se nazývá část kružnice od bodu A do bodu B ? Pokud bychom body A a B vedli přímkou, jak by se tato přímka nazývala vzhledem k menší kružnici?



Obr. 8.4 Úsečka

Př. 8-38. Jaký je vnější obvod mezikruží, jestliže šířka mezikruží je 4,2 dm a obsah vnitřního kruhu je $7\,234,56\text{ cm}^2$?

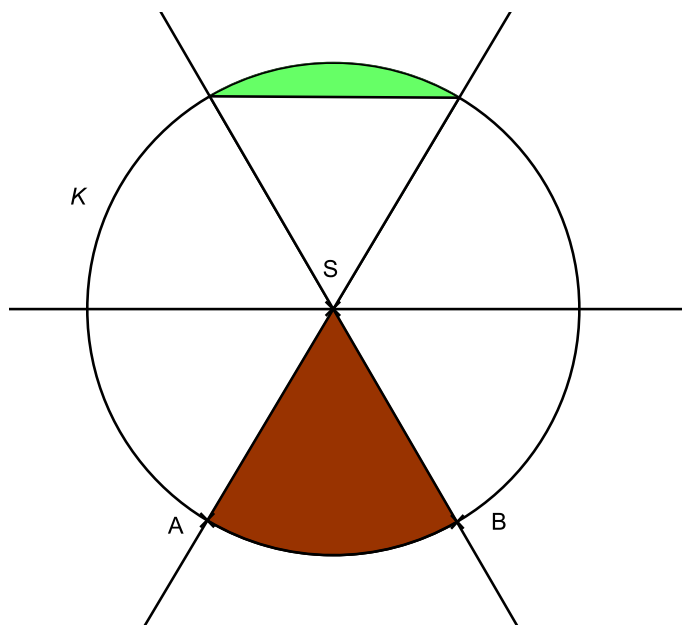
Př. 8-39. V továrně se vyrábějí železné součástky tvaru mezikruží tak, že je nejprve z železného plátu o šířce 30 cm vyražen kruh maximálního průměru, z něhož je pak vyražen soustředný kruh. Jaký poloměr musí mít tento soustředný kruh, aby obsah mezikruží byl $552,64\text{ cm}^2$? Kolik se vyrobí součástek z pásu dlouhého 17 m?

Př. 8-40. Obsah mezikruží je $28,26 \text{ cm}^2$ a šířka mezikruží je 1 cm . Jaké jsou poloměry obou kružnic?

Př. 8-41. Kružnice k má délku $31,4 \text{ cm}$. Jak dlouhá je tětiva, která je vzdálená od středu 3 cm ?

Př. 8-42. Kruh K má obsah $530,66 \text{ cm}^2$. Na kružnici, která ohraničuje tento kruh, je tětiva délky 24 cm . Jaká je její vzdálenost od středu kružnice?

Př. 8-43. Máme kruh $K(S; 3 \text{ cm})$, který je rozdělen na 6 stejných částí. Jak se nazývá jedna tato část (hnědá) a jaký má obsah? Jak se nazývá zeleně vybarvená část a jaký je její obsah? Jak velký je středový úhel $\angle ASB$? Jak dlouhá je část obvodu kruhu z bodu A do bodu B ? Situace je vyobrazena na obrázku 8.5.



Obr. 8.5 Rozdělený kruh

Př. 8-44. Kruhovú výseč se středovým úhlem 65° má obsah $20,41 \text{ cm}^2$. Jak dlouhý je poloměr?

Př. 8-45. Jak velkou plochu zabírá kruhovú výseč se středovým úhlem 80° ? Kruh má poloměr 9 cm .

Př. 8-46. Jak velký je středový úhel kruhovú výseče o obsahu $10,99 \text{ cm}^2$, pokud má kruh poloměr 3 cm ?

Př. 8-47. Kruhovú oblouk, jemuž odpovídá středový úhel 30° , má délku $6,28 \text{ cm}$. Jak dlouhý je poloměr?

Př. 8-48. Jak dlouhý je kruhový oblouk, jemuž odpovídá středový úhel 48° , pokud je poloměr 15 cm?

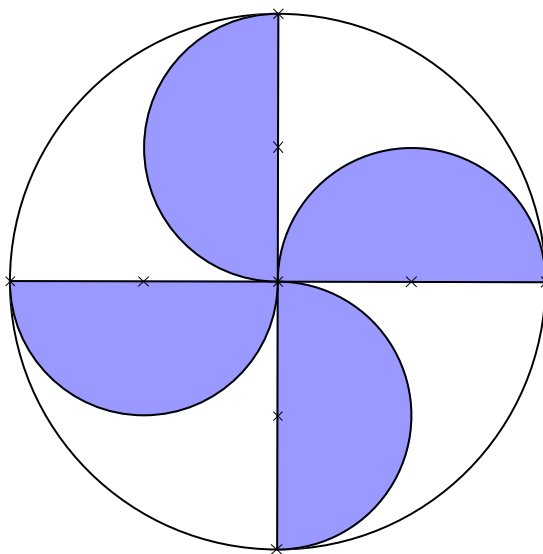
Př. 8-49. Jak velký je středový úhel, jemuž odpovídá kruhový oblouk 15,7 cm, pokud je poloměr 6 cm?

Př. 8-50. Jak dlouhý je kruhový oblouk, jemuž odpovídá kruhová výseč o obsahu $25,434 \text{ cm}^2$, pokud je poloměr 9 cm?

Př. 8-51. Vyjádřete zlomkem obsah kruhové výseče vzhledem k obsahu celého kruhu, pokud odpovídající úhel kruhové výseče je a) 270° , b) 234° .

Př. 8-52. Jaký úhel odpovídá délce kruhového oblouku vyjádřené zlomkem vzhledem k celému obvodu kruhu? Zlomky jsou a) $\frac{1}{5}$, b) $\frac{7}{9}$.

Př. 8-53. Vypočítejte obvod a obsah modré části zobrazené na obrázku 8.6, jestliže třetina obvodu velké kružnice je 25,12 cm. Modré výseče jsou půlkruhy o průměru délky rovné poloměru velké kružnice a dotýkají se ve středu velké kružnice. Jaký je rozdíl obsahu kruhu, který ohraničuje velká kružnice, a obsahu modré části? V jakém poměru jsou tyto obsahy?



Obr. 8.6 Vrtule

Př. 8-54. Kolik os souměrnosti má kružnice? Kolik středů souměrnosti má kruh?

Př. 8-55. Jedna strana obdélníku je dlouhá 15 cm. Jaký je obvod obdélníku, pokud je vepsán do kružnice délky 53,38 cm?

Př. 8-56. Jaká je délka kružnice vepsané a opsané čtverci o obvodu 16 cm?

Př. 8-57. Jaký je obsah mezikruží kružnic v příkladě 8-56?

Př. 8-58. Vypočítejte obvod kruhu, jehož poloměr je třetinový než poloměr kruhu o obsahu $1\,384,74\text{ cm}^2$.

Př. 8-59. Vypočítejte poloměr kružnice vepsané a opsané rovnostrannému trojúhelníku, který má obvod 24 cm. Jaká je šířka a jaký je obsah mezikruží těchto dvou kružnic?

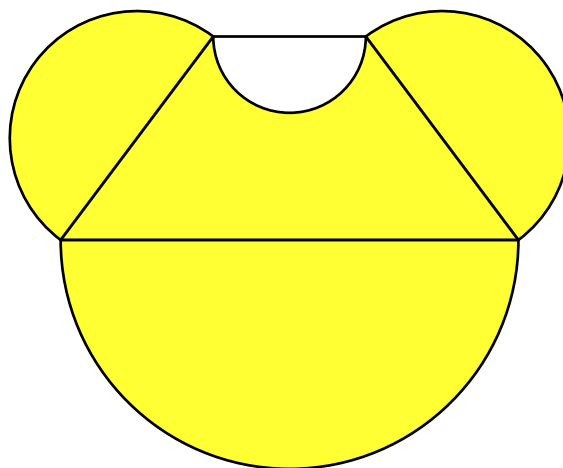
Př. 8-60. Jaký je rozdíl obsahu pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami délek 16 cm a 12 cm a kruhu, který je ohraničen kružnicí opsanou pravoúhlému trojúhelníku?

Př. 8-61. Petr změřil obvody dvou stromů. První měl obvod 87,92 cm a druhý o 50,24 cm delší. Který strom má větší poloměr a o kolik?

Př. 8-62. Jak velký obvod má kruh, jehož obsah se rovná rozdílu obsahů kruhů s průměry 26 cm a 24 cm?

Př. 8-63. Jaký je poloměr kruhu, jehož obvod se rovná $\frac{2}{3}$ součtu sedmi obvodů čtvrtkruhových výsečí s poloměrem 8 cm?

Př. 8-64. Jaký je obsah a obvod žlutě vybarvené plochy zobrazené na obrázku 8.10, jestliže tento obrazec vznikl vynesemím půlkruhů nad stranami rovnoramenného lichoběžníku se základnami délek 3 cm a 9 cm a rameny délek 5 cm?

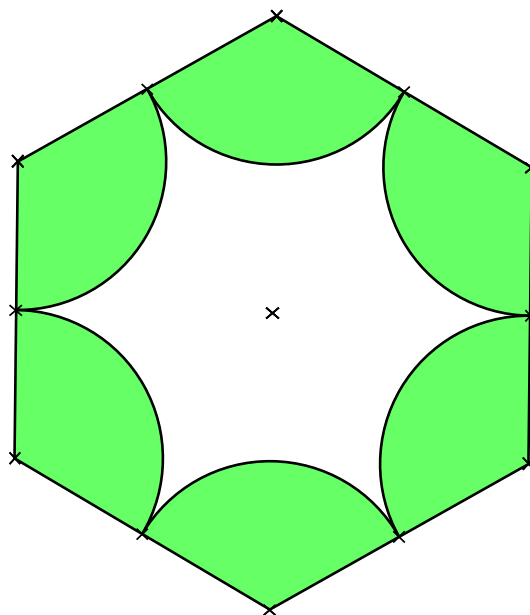


Obr. 8.7 Žlutý obrazec

Př. 8-65. Máme dva kruhy o poloměrech 2 cm a 8 cm. V jakém poměru jsou jejich a) poloměry, b) průměry, c) obvody, d) obsahy?

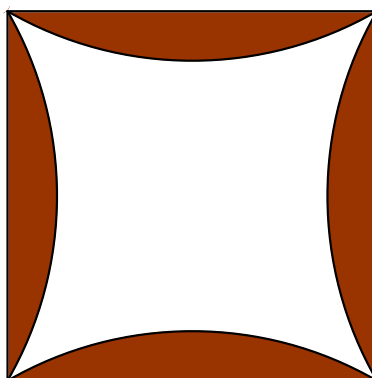
Př. 8-66. Vypočítejte obvod pravidelného šestiúhelníku a obvod bílé části uvnitř něho. Šestiúhelník je zobrazen na obrázku 8.8. Obsah zelené části je $56,52\text{ cm}^2$. Zelené vý-

seče kruhů mají středy ve vrcholech šestiúhelníku a mají stejný poloměr.



Obr. 8.8 Šestiúhelník

Př. 8-67. Jak velká je hnědě vybarvená plocha uvnitř čtverce o straně 6 cm, pokud každá ze čtyř hnědých kruhových úsečí je z kruhu o poloměru délky stany čtverce? Délka kruhových úsečí je rovna délce strany čtverce. Situace je vyobrazena na obrázku 8.9.



Obr. 8.9 Hnědá část

Př. 8-68. Kolik společných bodů mohou mít kružnice a přímka? Pojmenujte přímku vzhledem k jednotlivým případům.

Př. 8-69. Kolik společných bodů bude mít kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a přímka p , jestliže vzdálenost středu S od přímky je a) 2 cm, b) 0 cm, c) 3 cm, d) 6 cm? Pojmenujte přímku vzhledem k jednotlivým případům.

Př. 8-70. Jaká je nejkratší vzdálenost přímky p od kružnice $k(S; 2\text{ cm})$, jestliže vzdálenost středu S od přímky p je 7 cm ? Pojmenujte přímku vzhledem ke kružnici.

Př. 8-71. Kolik tečen kružnice k prochází jedním jejím bodem?

Př. 8-72. Kolik tečen můžeme vést ke kružnici k z bodu A , který je a) vnějším bodem kružnice, b) vnitřním bodem kružnice?

Př. 8-73. Jaký je rozdíl mezi tětivou a sečnou?

Př. 8-74. Jakou délku má nejdelší tětiva kružnice k , pokud má poloměr 5 cm ? Jak se tato tětiva nazývá?

Př. 8-75. Máme kružnici $k(S; 3\text{ cm})$. Jaká je vzdálenost její libovolné tečny od středu kružnice S ?

Př. 8-76. Kolik společných bodů mohou mít dvě kružnice?

Př. 8-77. Máme dvě kružnice $k(S_1; 6\text{ cm})$ a $l(S_2; 4\text{ cm})$. Kolik mají společných bodů, pokud vzdálenost jejich středů S_1 a S_2 je a) 1 cm , b) 2 cm , c) 5 cm , d) 10 cm , e) 12 cm , f) 0 cm ? Jaká je vzájemná poloha kružnic v případech a), e) a f)?

Př. 8-78. Máme dva kruhy $K(S_1; 5\text{ cm})$ a $L(S_2; 3\text{ cm})$. Kolik mají společných bodů, pokud vzdálenost jejich středů S_1 a S_2 je a) 0 cm , b) 2 cm , c) 4 cm , d) 8 cm , e) 9 cm ?

Př. 8-79. Máme dvě kružnice $k(O; r_1)$ a $l(P; r_2)$, $r_1 \neq r_2$. Zapište vztah mezi délkou úsečky OP a poloměry r_1 a r_2 v případech, že se kružnice dotýkají.

Př. 8-80. Jaká je délka středné AB dvou kružnic $k(A; 7\text{ cm})$ a $l(B; 5\text{ cm})$, jestliže a) kružnice jsou soustředné, b) kružnice mají vnitřní dotyk, c) kružnice mají vnější dotyk?

Př. 8-81. Máme kružnici $l(L; 4\text{ cm})$. Jak velký bude průměr kružnice k se středem K , je-li délka středné $KL = 7\text{ cm}$ a mají-li mít kružnice a) vnější dotyk, b) vnitřní dotyk?

Př. 8-82. Máme kružnici $k(S; 9\text{ cm})$, zapište kružnici l , aby měla s kružnicí k nekonečně mnoho společných bodů.

8.2 Válec

Př. 8-83. Kterými geometrickými obrazci je tvořena síť válce?

Př. 8-84. Narýsujte síť válce s podstavou o poloměru $2,5\text{ cm}$ a výškou 7 cm .

Př. 8-85. Jaký je vzoreček pro výpočet objemu a povrchu válce?

Př. 8-86. Vypočítejte objem válce, který má poloměr r a výšku v :

- a) $r = 3 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$; b) $r = 7 \text{ dm}$, $v = 6 \text{ dm}$; c) $r = 8 \text{ m}$, $v = 13 \text{ m}$;
d) $r = 12 \text{ cm}$, $v = 12 \text{ cm}$; e) $r = 4,2 \text{ dm}$, $v = 11 \text{ dm}$; f) $r = 0,2 \text{ m}$, $v = 1 \text{ m}$;

Př. 8-87. Vypočítejte povrch válce, který má poloměr r a výšku v :

- a) $r = 3 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$; b) $r = 7 \text{ dm}$, $v = 6 \text{ dm}$; c) $r = 8 \text{ m}$, $v = 13 \text{ m}$;
d) $r = 12 \text{ cm}$, $v = 12 \text{ cm}$; e) $r = 4,2 \text{ dm}$, $v = 11 \text{ dm}$; f) $r = 0,2 \text{ m}$, $v = 1 \text{ m}$;

Př. 8-88. Vypočítejte výšku válce, který má poloměr r a objem V :

- a) $r = 2 \text{ cm}$, $V = 100,48 \text{ cm}^3$; b) $r = 9 \text{ dm}$, $v = 178,038 \text{ dm}^3$;

Př. 8-89. Vypočítejte výšku válce, který má poloměr r a povrch S :

- a) $r = 5 \text{ cm}$, $S = 596,6 \text{ cm}^2$; b) $r = 0,2 \text{ dm}$, $v = 6,5312 \text{ dm}^2$;

Př. 8-90. Vypočítejte poloměr válce, který má výšku v a objem V :

- a) $v = 21 \text{ cm}$, $V = 19\,056,66 \text{ cm}^3$; b) $v = 6 \text{ dm}$, $V = 61,0416 \text{ dm}^3$;

Př. 8-91. Vypočítejte průměr válce, který má výšku v a obsah pláště S_{pl} :

- a) $v = 16 \text{ cm}$, $S_{pl} = 703,36 \text{ cm}^2$; b) $v = 4,1 \text{ dm}$, $S_{pl} = 64,37 \text{ dm}^2$;

Př. 8-92. Kolik litrů nafty se vejde do sudu tvaru válce o průměru 60 cm a výšce 90 cm?

Př. 8-93. Kolik m^2 plechu je zapotřebí na rouru dlouhou 12 m s poloměrem 10 cm?

Př. 8-94. Jak vysoká je plechovka s pivem, která má objem 500 ml a průměr 6,5 cm?

Př. 8-95. Nádobu tvaru válce o poloměru 13 cm nemá horní víko. Její vnější povrch bez víka je $6\,082,18 \text{ cm}^2$. Jak vysoká je tato nádoba?

Př. 8-96. Ve sklenici tvaru válce o objemu 0,9 l byla limonáda, která sahala do výšky 16 cm ode dna sklenice. Jaký poloměr má tato sklenice, jestliže byla naplněna do $\frac{8}{9}$ své výšky?

Př. 8-97. Vypočítejte povrch a objem nádrže tvaru válce, která má výšku 3,5krát větší, než je průměr podstavy. Poloměr podstavy je 8 m.

Př. 8-98. Jsou dva válce. První má výšku 6 cm a poloměr 9 cm a druhý má výšku 9 cm a poloměr 6 cm. Který válec má větší objem?

Př. 8-99. Roláda má přibližně tvar válce o poloměru 4 cm. Její povrch je $1\,105,28\text{ cm}^2$. Jak dlouhý kus dostane každý člen rodiny, jestliže má rodina 8 členů a každý dostal stejně dlouhý kus?

Př. 8-100. Jsou dva válce. První má výšku 3 cm a poloměr 6 cm a druhý má výšku 6 cm a poloměr 3 cm. Který válec má větší povrch?

Př. 8-101. Máme válec s průměrem postavy 11 cm a výškou 3 cm. Kolikrát se zvětší jeho objem, pokud a) zvětšíme poloměr pětkrát, b) zvětšíme výšku sedmkrát?

Př. 8-102. Jak velký poloměr by musel mít válec o výšce 15 cm, aby měl stejný objem jako válec o průměru 10 cm a výšce 12 cm?

Př. 8-103. Zásobník dešťové vody tvaru válce o průměru 60 cm je naplněn 2 dm pod strop zásobníku. Objem vody je $367,38\text{ dm}^3$. Jaký objem má zásobník?

Př. 8-104. Můžeme do válce o poloměru 8,5 cm a vysokého 40 cm ponořit krychli o straně 12 cm? O kolik cm stoupne hladina vody, ponoříme-li ji celou pod hladinu?

Př. 8-105. Kolik plechovek tvaru válce o poloměru 5 cm a výšce 10 cm se vejde do krabice tvaru kvádra o rozměrech 51 cm, 41 cm a 31 cm? Jaký bude objem všech plechovek?

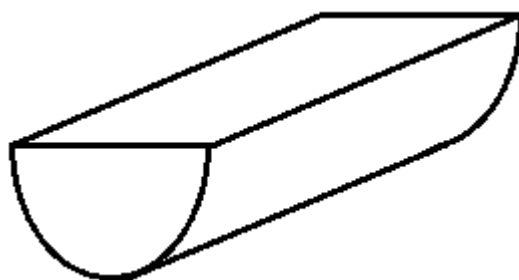
Př. 8-106. Kolik cm^2 plechu bylo potřeba na všechny plechovky z příkladu 8-105?

Př. 8-107. Mořské hlubinné zařízení, které má tvar dutého válce je potřeba po celém povrchu, kde dojde ke kontaktu s vodou, natřít speciální barvou. Zařízení má vnitřní poloměr 28 cm, vnější poloměr 46 cm a délku 4 m. Jak velkou plochu v dm^2 je potřeba natřít speciální barvou?

Př. 8-108. Kolik litrů vody vytlačí mořské hlubinné zařízení z příkladu 8-107, ponoříme-li ho do po okraj naplněné nádrže.

Př. 8-109. Jak vysoký by byl válec, jehož podstava by měla obsah $153,86\text{ cm}^2$ a plášť obsah $1\,274,84\text{ cm}^2$?

Př. 8-110. Určete objem napájecího žlabu pro koně, který má tvar půlky válce, pokud hladina vody plně naplněného koryta má tvar obdélníku o obsahu 100 dm^2 a délka koryta je 2,5 m. Koryto je na obrázku 8.10.



Obr. 8.10 Koryto

Př. 8-111. Určete objem nádoby jejíž spodní i horní podstava je vyobrazena na obrázku 8.11. Oblé části podstavy mají tvar půlkruhů. Délka podstavy je 5 cm a šířka 2 cm. Výška nádoby je 12 cm.



Obr. 8.11 Podstava nádoby

Př. 8-112. Vypočítejte obvod podstavy a povrch nádoby z obrázku z příkladu 8-111.

Př. 8-113. Jaký objem bude mít nejobjemnější válec, který vyřízneme z kváдру s podstavou čtverce, jehož výška je 15 cm? Objem kváдру je 540 cm^3 .

Př. 8-114. Kudy vede osa souměrnosti válce?

Př. 8-115. Za jakých podmínek by řezem válce rovnoběžnými průměry podstav byl čtverec?

Př. 8-116. Jaký obsah a obvod bude mít obdélník, který vznikne, povedeme-li řez válce průměrem horní i dolní podstavy? Poloměr válce je 3 cm a obsah pláště je $734,76 \text{ cm}^2$.

Př. 8-117. Jakou nejdelší tyč je možné schovat do nádrže tvaru válce o objemu $2147,76 \text{ dm}^3$ a obvodem podstavy $37,68 \text{ dm}$?

Př. 8-118. Válec má obsah podstavy $379,94 \text{ cm}^2$. Jak musí být vysoký, aby jeho plášť byl čtverec?

Př. 8-119. Z dřevěného válce o průměru 38 cm a délce 108 cm jsme kolmým, příčným řezem odřízli válec o objemu $51\,009,3\text{ cm}^3$. Jaký objem má zbylá část? Vyjádřete zlomkem objem odřízlé části vzhledem k celému válci.

Př. 8-120. Do kolika sklenic tvaru válce s poloměrem 5 cm a výškou 16 cm se vejde omáčka, která se uvařila v hrnci o poloměru 17 cm výšce 40 cm, pokud omáčka v hrnci sahala 6 cm pod okraj?

Př. 8-121. Lukáš chce naplnit nádrž o objemu 1,3 hl vodou. Tu do ní chce nosit v nádobě tvaru válce s průměrem 20 cm a výškou 30 cm. Aby vodu nevyléval cestou plní nádobu do $\frac{5}{6}$ její výšky. Vzdálenost kohoutku od nádrže je 19 m. Jakou nachodí vzdálenost, než nádrž naplní, pokud vychází od kohoutku?

Př. 8-122. Jak dlouhou výšku bude mít válec o průměru 5 dm, pokud má mít stejně velký povrch jako válec, který má průměr 3 dm a objem $56,52\text{ dm}^3$?

Př. 8-123. Jaký objem bude mít válec, který má obvod rozloženého pláště 5krát větší, než je obvod podstavy, jestliže má poloměr 7 cm?

Př. 8-124. Jakou plochu uválcuje válec o průměru podstavy 0,8 m a objemem $753,6\text{ dm}^3$, urazí-li vzdálenost 0,5 km?

8.3 Výsledky a řešení:

8-1 Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od pevně zvoleného bodu stejnou vzdálenost, tato vzdálenost se nazývá poloměr; kruh je množina všech bodů v rovině, které mají od pevně zvoleného bodu vzdálenost rovnu nebo menší poloměru;

8-2 poloměr;

8-3 $d, \emptyset$; poloměr je polovina průměru, průměr je dvojnásobek poloměru;

8-4 C, G - náleží kružnici; B, D, F, S - vnitřní body kružnice; A, E - vnější body kružnice; $r = 3$;

8-5 B, D, F, G, S - náleží kruhu; A, C, E - nenáleží kruhu; $r = 2$;

8-6 a) kružnice k se středem v bodě S o poloměru 5 cm; b) kružnice l se středem v bodě M o poloměru 17 mm;

8-7 a) kruh K se středem v bodě S o poloměru 9 cm; b) kruh L se středem v bodě B o poloměru 0,6 dm;

8-8 Konstanta udávající podíl obvodu kruhu (délky kružnice) a průměru, nemá žádné jednotky; π ; 3,14; podílem obvodu kruhu (délky kružnice) a průměru

tohoto kruhu (kružnice);

8-9 a) $o = 2 \cdot \pi \cdot r$; b) $o = \pi \cdot d$;

8-10 a) $S = \pi \cdot r^2$; b) $S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$;

8-11 a) 18,84 cm; b) 12,56 dm; c) 69,08 m; d) 2 009,6 mm; e) 8,792 cm; f) 3,14 dm;

8-12 a) 3,14 cm; b) 28,26 dm; c) 75,36 m; d) 659,4 mm; e) 14,758 cm; f) 0,628 dm;

8-13 a) 9 cm; b) 5 dm; c) 13 m; d) 100 mm; e) 0,7 cm;

8-14 a) 6 cm; b) 11 dm; c) 41 m; d) 750 mm; e) 0,4 cm;

8-15 a) 28,26 cm²; b) 12,56 dm²; c) 379,94 m²; d) 321 536 mm²; e) 6,154 4 cm²;
f) 0,785 dm²;

8-16 a) 0,785 cm²; b) 63,585 dm²; c) 452,16 m²; d) 34 618,5 mm²; e) 17,340 65 cm²;
f) 0,031 14 dm²;

8-17 a) 14 cm; b) 8 dm; c) 90 m; d) 1,2 mm;

8-18 a) 56,52 cm; b) 314 dm; c) 4,396 m; d) 15,7 mm;

8-19 a) 28,26 cm²; b) 2 289,06 dm²; c) 0,502 4 m²; d) 61 544 mm²; e) 30,175 4 cm²;

8-20 o 25,12 cm; 2krát;

8-21 o 341,12 cm²; 4krát;

8-22 50,24 cm;

8-23 6 dm;

8-24 1 138,25 m; 13,66 km/h;

8-25 156krát;

8-26 15 cm;

8-27 38,465 cm²;

8-28 11 m;

8-29 100,48 cm;

8-30 10,173 6 m²;

8-31 soustředné; mezikruží; 50,24 cm²

8-32 308 cm;

8-33 20; 7,392 dm²;

8-34 423,9 cm²;

8-35 2 400krát;

8-36 5 cm;

8-37 12 cm; tětiva, kruhový oblouk; tečna;

8-38 56,52 dm;

8-39 7 cm; 56;

8-40 4 cm a 5 cm;

8-41 8 cm;

- 8-42 5 cm;
- 8-43 kruhová výseč; $4,71 \text{ cm}^2$; kruhová úseč; $0,81 \text{ cm}^2$; 60° ; 3,14 cm;
- 8-44 6 cm;
- 8-45 $56,52 \text{ cm}^2$;
- 8-46 140° ;
- 8-47 12 cm;
- 8-48 12,56 cm;
- 8-49 150° ;
- 8-50 5,652 cm;
- 8-51 a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{13}{2}$;
- 8-52 a) 72° ; b) 280° ;
- 8-53 123,36 cm; $226,08 \text{ cm}^2$; $226,08 \text{ cm}^2$; 1 : 1;
- 8-54 nekonečně mnoho; jeden a to střed;
- 8-55 46 cm;
- 8-56 12,56 cm; 17,77 cm;
- 8-57 $12,56 \text{ cm}^2$;
- 8-58 43,96 cm;
- 8-59 2,31 cm; 4,62 cm; 2,31 cm; $50,27 \text{ cm}^2$;
- 8-60 218 cm^2 ;
- 8-61 druhý, o 8 cm;
- 8-62 31,4 cm;
- 8-63 21,22 cm;
- 8-64 $95,89 \text{ cm}^2$; 69,08 cm;
- 8-65 a) 1:4; b) 1:4; c) 1:4; d) 1:16;
- 8-66 36 cm; 37,68 cm;
- 8-67 $12,96 \text{ cm}^2$;
- 8-68 žádný bod, vnější přímká; jeden bod, tečna; dva body, sečna;
- 8-69 a) dva, sečna; b) dva, sečna; c) jeden, tečna; d) žádný bod, vnější přímká;
- 8-70 5 cm, vnější přímká;
- 8-71 právě jedna;
- 8-72 a) dvě; b) žádnou;
- 8-73 tětiva je úsečka určená dvěma různými body na kružnici, sečna je přímká procházející dvěma různými body na kružnici;
- 8-74 10 cm; průměr;
- 8-75 vzdálenost je rovna poloměru kružnice, tedy 3 cm;
- 8-76 žádný bod; jeden bod; dva body; nekonečně mnoho bodů;

- 8-77 a) žádný; b) jeden; c) dva; d) jeden; e) žádný; f) žádný; a) l leží uvnitř kružnice k ; b) l a k jsou navzájem vnější kružnice f) l leží uvnitř kružnice k a je s ní soustředná;
- 8-78 a) nekonečně mnoho, všechny body kruhu L ; b) nekonečně mnoho, všechny body kruhu L ; c) nekonečně mnoho, body, které tvoří průnik obou kruhů; d) jeden; e) žádný;
- 8-79 vnější dotyk $|OP| = r_1 + r_2$, vnitřní dotyk $|OP| = |r_1 - r_2|$;
- 8-80 a) žádná; b) 2 cm; c) 12 cm;
- 8-81 a) 6 cm; b) 22 cm;
- 8-82 $l(S; 9 \text{ cm})$;
- 8-83 dvěma kruhy o stejném poloměru a obdélníkem s jednou stranou délky obvodu kruhu;
- 8-84 konstrukce;
- 8-85 $V = \pi \cdot r^2 \cdot v$; $S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$
- 8-86 a) 141,3 cm³; b) 923,16 dm³; c) 2 612,48 m³; d) 5 425 92 cm³; e) 609,285 6 dm³; f) 0,125 6 m³;
- 8-87 a) 150,72 cm²; b) 571,48 dm²; c) 1 055,04 m²; d) 1 808 64 cm²; e) 400,915 2 dm²; f) 1,507 2 m²;
- 8-88 a) 8 cm; b) 0,7 dm;
- 8-89 a) 14 cm; b) 5 dm;
- 8-90 a) 17 cm; b) 1,8 dm;
- 8-91 a) 14 cm; b) 5 dm;
- 8-92 254,34 l;
- 8-93 7,536 m²;
- 8-94 15,08 cm;
- 8-95 68 cm;
- 8-96 3,99 cm;
- 8-97 1 205,76 m²; 11 253,76 m³;
- 8-98 první;
- 8-99 5 cm;
- 8-100 první;
- 8-101 a) 25krát; b) 7krát;
- 8-102 4,47 cm;
- 8-103 423,9 dm³;
- 8-104 Ano; 7,62 cm;
- 8-105 60; 47 100 cm³;

- 8-106 $28\,260\text{ cm}^2$;
8-107 $1\,943\text{ dm}^2$;
8-108 $1\,672,99\text{ l}$;
8-109 29 cm ;
8-110 157 dm^3 ;
8-111 $109,68\text{ cm}^3$;
8-112 $12,28\text{ cm}$; $165,64\text{ cm}^2$;
8-113 $423,9\text{ cm}^3$;
8-114 prochází středy podstav;
8-115 průměr podstavy by byl stejně dlouhý jako výška;
8-116 156 cm^2 ; 64 cm ;
8-117 $22,47\text{ dm}$;
8-118 $69,08\text{ dm}$;
8-119 $71\,413,02\text{ cm}^3$; $\frac{5}{12}$;
8-120 25 ;
8-121 627 m ;
8-122 $3,2\text{ dm}$;
8-123 $10\,145,53\text{ cm}^3$;
8-124 750 m^2 ;

Kapitola 9

Konstrukční úlohy

9.1 Konstrukce a množiny bodů 1

Př. 9-1. Jaké jsou čtyři hlavní kroky konstrukčních úloh?

Př. 9-2. Pojmenujte následující znaky a symboly:

$\triangle$ $\angle$ $|AB|$ $\leftrightarrow$ $\mapsto$ $\perp$ $\parallel$ $\nparallel$ $\in$ $\cap$ $\cup$

Př. 9-3. Sestrojte kružnici $k(S; 3 \text{ cm})$, pak k ní narýsujte dvě rovnoběžné přímky p a q tak, aby p byla vnější přímkou a q byla sečnou.

Př. 9-4. Sestrojte kružnice $k(S_1; 5 \text{ cm})$ a $l(S_2; 3 \text{ cm})$, pokud vzdálenost jejich středů S_1 a S_2 je a) 2 cm, b) 5 cm, c) 9 cm.

Př. 9-5. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [8], s. 70, př. 29)

Je dána kružnice $k(S; r = 1,5 \text{ cm})$ a bod T tak, že $|ST| = 32 \text{ mm}$. Sestrojte kružnici l se středem T tak, aby měla s kružnicí k a) vnější dotyk; b) vnitřní dotyk.

Př. 9-6. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 115, př. 2)

Na kružnici $k_1(S; 2 \text{ cm})$ zvolte bod O . Sestrojte kružnici $k_2(O; 1,5 \text{ cm})$ a $k_3(O; 4 \text{ cm})$. Jaká je vzájemná poloha kružnic a) k_1 a k_2 ; b) k_1 a k_3 ; c) k_2 a k_3 ?

Př. 9-7. Narýsujte kružnici $k(S; 4 \text{ cm})$. Pomocí konstrukce určete střed kružnice.

Př. 9-8. Narýsujte úsečku AB , jejíž délka je 6,3 cm. Sestrojte osu úsečky AB .

Př. 9-9. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 45, př. 1.)

Narýsujte kružnici o poloměru 3 cm a sestrojte:

- a) tětivu délky 2 cm;
- b) poloměr kružnice;
- c) dvě navzájem rovnoběžné tečny;

- d) dvě navzájem kolmé tečny;
- e) dvě navzájem rovnoběžné sečny;
- f) dvě navzájem kolmé sečny.

Př. 9-10. Narýsujte úhel $\angle XAY$ o velikosti 60° a sestrojte osu tohoto úhlu.

Př. 9-11. Narýsujte množinu všech bodů, které mají od pevně zvoleného bodu H vzdálenost 3 cm.

Př. 9-12. Na obrázku 9.1 je vyobrazena tato situace. Úsečka AB dlouhá 5 cm a nad ní bod C . Překreslete si obrázek a vyznačte přerušovanou čarou vzdálenost bodu C od a) bodu A , b) bodu B , c) úsečky AB .



Obr. 9.1 Úsečka a bod

Př. 9-13. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 51, př. 2.8)

- Určete všechny body, které mají od přímky p vzdálenost 1 cm;
- Určete všechny body, které mají od přímky p vzdálenost menší než 15 mm;
- Narýsujte dvě rovnoběžné přímky p , q , jejichž vzdálenost je 12 mm. Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od obou přímek;
- Narýsujte dvě různoběžné přímky p , q . Najděte všechny body, které mají stejnou vzdálenost od obou přímek.

Př. 9-14. Sestrojte kružnici $k(S; 2,5 \text{ cm})$. Narýsujte množinu všech bodů, které mají od této kružnice vzdálenost 2 cm.

Př. 9-15. Sestrojte úsečku KL délky 7 cm. Narýsujte množinu všech bodů, které mají od bodu K stejnou vzdálenost jako od bodu L .

Př. 9-16. Sestrojte dvě soustředné kružnice $k_1(S; 4 \text{ cm})$ a $k_2(S; 7 \text{ cm})$. Pak narýsujte množinu bodů, která má od obou kružnic stejnou vzdálenost. Jaká je tato vzdálenost?

Př. 9-17. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 156, př. 6)

Vzdálenost bodu B od přímky p je 3 cm. Sestrojte kružnici, která se dotýká přímky p , prochází bodem B a má poloměr 2 cm.

Př. 9-18. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 53, př. 2.15)

Narýsujte množinu středů všech kružnic, které:

- a) se dotýkají přímky p v jejím bodě A ;
- b) procházejí dvěma různými body A, B ;
- c) se dotýkají dané kružnice v jejím bodě C ;
- d) se dotýkají dvou soustředných kružnic;
- e) se dotýkají dvou různoběžných přímek;
- f) se dotýkají dvou rovnoběžných přímek.

Př. 9-19. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 129, př. 9)

Narýsujte přímku p a vyšetřete, co je množinou středů všech kružnic, které mají poloměr $r = 5$ cm a vytínají na přímce p tětivy dlouhé 8 cm.

Př. 9-20. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 130, př. 14)

Popište množinu všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od tří různých bodů A, B, C , které neleží v téže přímce?

Př. 9-21. Narýsujte úsečku AB délky 7,4 cm. Pak narýsujte množinu všech bodů, kterou tvoří vrcholy pravoúhlých trojúhelníků s přeponou AB .

Př. 9-22. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 132, př. 7)

Co je množinou pat všech kolmic vedených daným bodem A na všechny přímky, které procházejí bodem B , jehož vzdálenost od bodu A je 5 cm?

Př. 9-23. Sestrojte trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C , jestliže má strany $|AC| = 2$ cm a $|AB| = 5$ cm. Využijte Thaletovu kružnici.

Př. 9-24. Sestrojte trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C , jestliže známe $|AB| = 9$ cm a poměr úhlů $\alpha : \gamma$ je $2 : 3$. Využijte Thaletovu kružnici. Jak velký je úhel β ?

Př. 9-25. Sestrojte obdélník $ABCD$, jestliže BD má délku 10 cm a AB délku 8 cm. Využijte Thaletovu kružnici.

Př. 9-26. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 131, př. 8)

Jak se nazývá trojúhelník ABC , ve kterém se délka těžnice ke straně c rovná polovině délky strany c ?

Př. 9-27. Sestrojte čtverec $ABCD$, jestliže AC má délku 8 cm. Využijte Thaletovu kružnici.

Př. 9-28. Narýsujte úsečku AB délky 6 cm. Pak narýsujte kružnici $k(A; 2,5 \text{ cm})$. Sestrojte tečnu t ke kružnici k z bodu B .

Př. 9-29. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 62, př. 9)

Je dána kružnice $k(S; r = 3,2 \text{ cm})$ a přímka p , jejíž vzdálenost od středu kružnice je 14 mm. Sestrojte tečnu kružnice k , která je rovnoběžná s přímkou p .

Př. 9-30. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 71, př. 32)

Sestrojte kružnici $k(S; r = 33 \text{ mm})$ a zvolte na ní body A, B tak, aby $|\angle ASB| = 45^\circ$. Sestrojte tečny kružnice k v bodech A, B .

Př. 9-31. Jaký úhel svírají tečny z příkladu 9-30?

Př. 9-32. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 124, př. 12)

Narýsujte přímku t a na ní zvolte bod T . Potom sestrojte kružnici $k(S; 2 \text{ cm})$ tak, aby přímka t byla její tečnou a bod T byl bodem dotyku.

Př. 9-33. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 117, př. 15)

Je dána kružnice $k(S; 2,5 \text{ cm})$ a přímka p , která ji neprotíná. Sestrojte tečnu t této kružnice, která s přímkou p svírá úhel 60° .

Př. 9-34. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 62, př. 8)

Je dána přímka p a bod S ve vzdálenosti 30 mm od p . Sestrojte: a) kružnici k se středem S a tečnou p ; b) kružnici k se středem S tak, aby přímka p vytínala tětivu délky 25 mm.

Př. 9-35. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 116, př. 10)

Bodem A uvnitř libovolného kruhu, jehož hranicí je kružnice k se středem S , sestrojte tětivu XY , která je bodem A půlena.

Př. 9-36. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 56, př. 3)

Sestrojte kružnici $k(S; r = 3 \text{ cm})$:

a) sestrojte několik kružnic s poloměrem 10 mm, které mají s kružnicí k vnitřní dotyk;

b) sestrojte několik kružnic s poloměrem 15 mm, které mají s kružnicí k vnější dotyk; Kde budou ležet středy kružnic v případech a) a b)?

Př. 9-37. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 71, př. 31)

Narýsujte kružnici $k(S; r = 2,3 \text{ cm})$ a zvolte na ní bod A , sestrojte kružnici $l(T; r)$, která se dotýká kružnice k v bodě A a má poloměr a) $r = 1,5 \text{ cm}$; b) $r = 0,25 \text{ dm}$.

Př. 9-38. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 116, př. 11)

Sestrojte kružnici $k(S; 4,8 \text{ cm})$ a její tětivu $|AB| = 9 \text{ cm}$. Dále sestrojte kružnici l , která bude mít s kružnicí k vnitřní dotyk a zároveň se bude dotýkat tětivy AB v jejím středu S' .

Př. 9-39. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 65, př. 18)

Přímky p, q svírají úhel 75° . Sestrojte všechny kružnice o poloměru 18 mm , které se přímkou p, q dotýkají.

Př. 9-40. Narýsujte přímku m a bod M , který je od ní vzdálený 2 cm . Sestrojte všechny body, které mají od bodu M vzdálenost 4 cm a od přímky m 1 cm .

Př. 9-41. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 65, př. 13)

Přímky a, b jsou rovnoběžné a přímka c je s nimi různoběžná. Sestrojte kružnici, která se dotýká všech tří přímk.

Př. 9-42. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 64, př. 12)

Jsou dány body K a L ve vzdálenosti $2,1 \text{ cm}$. Sestrojte bod M tak, aby $|KM| = 2,6 \text{ cm}$, $|LM| = 1,3 \text{ cm}$. Určete množinu všech bodů Y , jejichž vzdálenost od bodů K, L, M je rovna nejvýše 16 mm .

Př. 9-43. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 64, př. 13)

Zvolte v rovině body K, L tak, aby $|KL| = 2,5 \text{ cm}$. Sestrojte kružnici k o poloměru a) $0,2 \text{ dm}$, b) 1 cm , tak, aby procházela body K, L .

Př. 9-44. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 68, př. 4)

Jsou dány kružnice $k(S; 16 \text{ mm})$, $l(T; 19 \text{ mm})$, $|ST| = 4,1 \text{ cm}$. Sestrojte kružnici m o poloměru 20 mm tak, aby se dotýkala obou daných kružnic. Kolik má úloha řešení?

Př. 9-45. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 152, př. 13a)

Různoběžné přímky p, q se protínají v bodě M a svírají úhel velikosti 60° . Na jedné z polopřímek, na níž dělí bod M přímku q , sestrojte bod Q tak, aby platilo $|MQ| = 3 \text{ cm}$. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají obou přímk a přitom přímky q v bodě Q .

9.2 Konstrukce a množiny bodů 2

Př. 9-46. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 164, př. 46)

Sestrojte pomocí pravítka a kružítko úhly o velikostech 60° , 30° , 15° , 45° , $22^\circ 30'$, 105° , 120° .

Př. 9-47. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 133, př. 2)

Pro body M, N platí, $|MN| = 7,2$ cm. Narýsujte přímku n procházející bodem N tak, aby se její vzdálenost od bodu M rovnala a) 3,3 cm, b) 7,2 cm, c) 8,4 cm.

Př. 9-48. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $a = 11$ cm, $b = 9$ cm a $c = 8$ cm.

Př. 9-49. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $a = 3$ cm, $b = 4$ cm a $\gamma = 55^\circ$.

Př. 9-50. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $a = 7$ cm, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 70^\circ$.

Př. 9-51. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li $a = 5$ cm, $\beta = 80^\circ$, $b = 8$ cm.

Př. 9-52. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 64, př. 6)

Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno:

a) $b = 5$ cm, $c = 7$ cm, $t_c = 6$ cm;

b) $a = 4$ cm, $\beta = 30^\circ$, $t_a = 6$ cm;

c) $c = 8$ cm, $b = 6$ cm, $\gamma = 90^\circ$;

d) $c = 6$ cm, $v_c = 4,5$ cm, $r = 4$ cm (poloměr kružnice opsané);

e) $a = 4,5$ cm, $b = 4,5$ cm, $r = 6,5$ cm (poloměr kružnice opsané).

Př. 9-53. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 135, př. 16)

Sestrojte trojúhelník ABC , pro který platí $a = 4$ cm, $c = 6$ cm a $v_c = 3$ cm.

Př. 9-54. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 156, př. 17)

Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dána strana BC délky $a = 10$ cm a $v_a = 5,5$ cm a úhel velikosti $\gamma = 60^\circ$.

Př. 9-55. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 161, př. 11)

Sestrojte trojúhelník ABC , ve kterém $c = 8$ cm, $t_a = 6$ cm a $t_b = 9$ cm.

Př. 9-56. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 134, př. 8)

Narýsujte trojúhelník ABC , jeli dáno $a = 5,8$ cm, $v_a = 2,5$ cm a t_a tak, že $t_a : v_a = 6 : 5$.

Př. 9-57. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 161, př. 12)

Sestrojte trojúhelník ABC , ve kterém $c = 55$ mm, $v_b = 50$ mm a $v_c = 40$ mm.

Př. 9-58. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 67, př. 22)

Narýsujte kružnici $k(S; r = 3,2$ cm) a zvolte na ní bod K . Sestrojte všechny trojúhelníky KLM vepsané kružnici k tak, aby $|KL| = 4,5$ cm a úhel při vrcholu K měl velikost 33° . Kolik má úloha řešení?

Př. 9-59. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 137, př. 36)

Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno $|BC| = 9$ cm, $v_b = 4,5$ cm a $t_a = 2,5$ cm.

Př. 9-60. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 156, př. 21)

Sestrojte trojúhelník ABC , má-li výšku $v_c = 6$ cm, těžnici délky $t_c = 6,5$ cm a úhel velikosti $\alpha = 45^\circ$.

Př. 9-61. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 165, př. 8A)

Sestrojte rovnoramenný trojúhelník, který má délku základny 8 cm a výšku k základně 35 mm.

Př. 9-62. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 71, př. 33)

Sestrojte rovnoramenný trojúhelník MNO se základnou MN , je-li $v_o = 6$ cm a poloměr vepsané kružnice 16 mm.

Př. 9-63. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 136, př. 25)

V rovnoramenném trojúhelníku MNO ($MO \cong NO$) je $MN = 5$ cm, $v_m = 4$ cm. Sestrojte ho a pak rozhodněte, při které výšce v_m by tato úloha neměla řešení.

Př. 9-64. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 74, př. 38)

Sestrojte pravoúhlý trojúhelník KLM (s pravým úhlem při vrcholu M), v němž výška k přeponě dělí přeponu na dva úseky $m_1 = 3$ cm, $m_2 = 3,9$ cm.

Př. 9-65. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 135, př. 20)

Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C , jestliže se průměr kružnice jemu opsané rovná 70 mm a odvěsna $|AC| = 4,5$ cm.

Př. 9-66. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 72, př. 36)

Sestrojte pravoúhlý trojúhelník EFG (s pravým úhlem při vrcholu G), je-li:

a) $t_g = 4$ cm, $v_g = 26$ mm; b) $g = 4,2$ cm, $t_g = 25$ mm.

Př. 9-67. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 68, př. 6)

Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC (s pravým úhlem u vrcholu C), je-li $\rho = 15$ mm a délka odvěsny $a = 6$ cm.

Př. 9-68. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 163, př. 5A)

Sestrojte lichoběžník $ABCD$ se základnami a, c , ve kterém:

a) $a = 81$ mm, $b = 37$ mm, $c = 45$ mm, $|AC| = 65$ mm;

b) $a = 77$ mm, $c = 40$ mm, $d = 38$ mm, $v = 35$ mm;

c) $a = 64$ mm, $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $v = 27$ mm.

Př. 9-69. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 163, př. 6)

Sestrojte lichoběžník $ABCD$ se základnou AB , ve kterém $a = 80$ mm, $v = 35$ mm, $d = 40$ mm, $|AC| = 65$ mm.

Př. 9-70. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 134, př. 11)

Narýsujte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), ve kterém $a = 7$ cm, $b = 5,8$ cm, $d = 4$ cm a $|\angle DAB| = 75^\circ$.

Př. 9-71. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 160, př. 28)

Sestrojte lichoběžník se základnami AB a CD , znáte-li délky $|AB| = 8,5$ cm, $|CD| = 3,5$ cm, $v = 3,5$ cm a velikost úhlu $|\angle ABC| = 60^\circ$.

Př. 9-72. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 68, př. 10)

Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li: $|AB| = 6,8$ cm, $|BC| = 3,5$ cm, $|CD| = 26$ mm a $|\angle ACB| = 90^\circ$.

Př. 9-73. (Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj. [2], s. 158, př. 24)

Sestrojte lichoběžník $ABCD$, je-li dáno:

a) $a = 6,2$ cm, $b = 4$ cm, $e = 7,5$ cm, $f = 5$ cm;

b) $a = 7$ cm, $b = 3$ cm, $c = 2$ cm, $d = 4$ cm.

Př. 9-74. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 62, př. 4.2)

Sestrojte rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno: $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $v_a = 3$ cm.

Př. 9-75. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 63, př. 3)

Sestrojte rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), jestliže je dáno:

a) $|AB| = 8,2$ cm, $v = 34$ mm, $|\angle ADB| = 90^\circ$;

b) $|AB| = 7,1$ cm, $|\angle ACB| = 90^\circ$, $|\angle CAB| = 31^\circ$.

Př. 9-76. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 78, př. 45)

Sestrojte rovnoramenný lichoběžník $LMNO$ ($LM \parallel NO$), je-li dáno:

a) $|NO| = 2,2$ cm, $v = 3$ cm, rameno $r = 2,1$ cm;

b) $|LM| = 4,5$ cm, $v = 1,5$ cm, úhlopříčka $|MO| = 4,2$ cm;

c) $|LM| = 9$ cm, úhlopříčka $|LN| = 8$ cm svírá s ramenem MN úhel 85° .

Př. 9-77. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 78, př. 46)

Sestrojte pravoúhlý lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno:

a) $|\angle ABC| = 90^\circ$, $|\angle ADC| = 125^\circ$, $|BD| = 3,4$ cm, $v = 24$ mm;

b) $|AD| = 2$ cm, $|BD| = 5,2$ cm, $|\angle BAD| = 90^\circ$, $|\angle ACB| = 90^\circ$;

c) $|AB| = 6,8$ cm, $|BC| = 0,35$ dm, $|\angle ABC| = 90^\circ$.

Př. 9-78. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 62, př. 4.3)

Sestrojte rovnoběžník $ABCD$, je-li dáno:

a) $b = 2$ cm, $c = 3$ cm, $v_b = 2,5$ cm;

b) $b = 3 \text{ cm}$, $c = 2 \text{ cm}$, $v_b = 2,5 \text{ cm}$.

Př. 9-79. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 76, př. 46)

Sestrojte rovnoběžník $ABCD$, je-li dáno:

- a) $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 6,1 \text{ cm}$, $\beta = 42^\circ$;
- b) $|AB| = 3,1 \text{ cm}$, $|AC| = 3,4 \text{ cm}$, $|BD| = 5 \text{ cm}$;
- c) $|AB| = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 68^\circ$, $|AC| = 57 \text{ mm}$;
- d) $\alpha = 40^\circ$, $v_b = 2,4 \text{ cm}$, $|\angle BDA| = 90^\circ$.

Př. 9-80. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 68, př. 9)

Sestrojte kosočtverec $ABCD$, je-li $|AC| = 90 \text{ mm}$ a výška na stranu AB je 5 cm .

Př. 9-81. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 75, př. 42)

Sestrojte kosočtverec $PRST$, je-li dáno:

- a) $|PR| = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 55^\circ$;
- b) $|PT| = 3,8 \text{ cm}$, $|RT| = 3,8 \text{ cm}$;
- c) $|PS| = 3,5 \text{ cm}$, $|RT| = 4,5 \text{ cm}$;
- d) $|PS| = 70 \text{ mm}$, $|\angle SRT| = 62^\circ$.

Př. 9-82. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [6], s. 68, př. 8)

Sestrojte čtverec $ABCD$ o straně a , je-li poloměr vepsané kružnice 2 cm .

Př. 9-83. (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. 75, př. 41)

Sestrojte obdélník $UVXY$, jestliže:

- a) úhlopříčky mají délku $4,1 \text{ cm}$ a $|\angle USV| = 125^\circ$ (S je střed obdélníka);
- b) $v = 1,9 \text{ cm}$ a obdélník je vepsaný do kružnice o poloměru 21 mm .

Př. 9-84. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 163, př. 10A)

Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, ve kterém:

- a) $a = 67 \text{ mm}$, $b = 28 \text{ mm}$, $c = 40 \text{ mm}$, $d = 48 \text{ mm}$, $\beta = 76^\circ$;
- b) $a = 64 \text{ mm}$, $b = 53 \text{ mm}$, $d = 35 \text{ mm}$, $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 60^\circ$.

Př. 9-85. (Odvárko, O., Kadleček, J. [21], s. 163, př. 9)

Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, ve kterém:

- a) $a = 45 \text{ mm}$, $b = 40 \text{ mm}$, $c = 34 \text{ mm}$, $|AC| = 55 \text{ mm}$, $\alpha = 76^\circ$;
- b) $a = 75 \text{ mm}$, $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $|AC| = 55 \text{ mm}$, $c = d$.

Př. 9-86. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 134, př. 4)

Sestrojte čtyřúhelník $ABCD$, pro který platí: $|AC| = 6,5 \text{ cm}$, $|AB| = 4,5 \text{ cm}$, $|BC| = 5,5 \text{ cm}$, vrchol D leží na ose úsečky AC tak, že jeho vzdálenost od AC je $1,5 \text{ cm}$.

Př. 9-87. (Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj. [24], s. 134, př. 5)

Opište a vepište kružnici rovnoramennému trojúhelníku KLM se základnou $|KL| = 42\text{ mm}$ a úhlem LMK , jehož velikost je 30° .

9.3 Výsledky a řešení:

9-1 1) rozbor; 2) popis konstrukce; 3) konstrukce; 4) závěr s diskuzí;

9-2 trojúhelník; úhel; délka úsečky AB ; přímka; polopřímka; kolmice; rovnoběžky; různoběžky; je prvkem (náleží); průsečík (průnik); sjednocení;

9-3 1) k ; $k(S; 3\text{ cm})$; 2) p ; p leží vně k ; 3) n ; $n \perp p$, $S \in n$; 4) A, B ; $A, B \in k \cap n$; 5) C ; $C \in AB$, $C \neq A$, $C \neq B$; 6) q ; $q \parallel p$, $C \in r$;

9-4 a) 1) S_1S_2 ; $|S_1S_2| = 2\text{ cm}$; 2) k ; $k(S_1; 5\text{ cm})$; 3) l ; $l(S_2; 3\text{ cm})$;

b) 1) S_1S_2 ; $|S_1S_2| = 5\text{ cm}$; 2) k ; $k(S_1; 5\text{ cm})$; 3) l ; $l(S_2; 3\text{ cm})$;

c) 1) S_1S_2 ; $|S_1S_2| = 9\text{ cm}$; 2) k ; $k(S_1; 5\text{ cm})$; 3) l ; $l(S_2; 3\text{ cm})$;

9-5 a) l ; $l(T; 1, 7\text{ cm})$; b) l ; $l(T; 4, 7\text{ cm})$;

9-6 1) k_1 ; $k_1(S; 2\text{ cm})$; 2) O ; $O \in k$; 3) k_2 ; $k_2(O; 1,5\text{ cm})$; 4) k_3 ; $k_3(O; 4\text{ cm})$; a) mají dva průsečíky; b) k_1 a k_3 mají vnitřní dotyk; c) soustředné bez žádného společného bodu;

9-7 zvolíme si na kružnici tři různé body, sestrojíme dvě různé úsečky určené těmito body, sestrojíme osy těchto úseček, tyto osy se protínají ve středu kružnice;

9-8 individuální konstrukce;

9-9 a) 1) k ; $k(S; 3\text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) l ; $l(A; 2\text{ cm})$; 4) P ; $P \in l \cap k$; 5) AP (2 řešení);

b) 1) k ; $k(S; 3\text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) $\mapsto AS$; 4) P ; $P \in k \cap \mapsto AS$; 5) AP ;

c) 1) k ; $k(S; 3\text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) t_1 ; $t_1 \perp AS$, $A \in t_1$; 4) $\mapsto AS$;

5) B ; $B \in k \cap \mapsto AS$; 6) t_2 ; $t_2 \perp BS$, $B \in t_2$; (2 řešení);

d) 1) k ; $k(S; 3\text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) t_1 ; $t_1 \perp AS$, $A \in t_1$; 4) n ; $n \parallel t_1$, $S \in n$;

5) B ; $B \in k \cap n$; 6) t_2 ; $t_2 \perp n$, $B \in t_2$; (2 řešení);

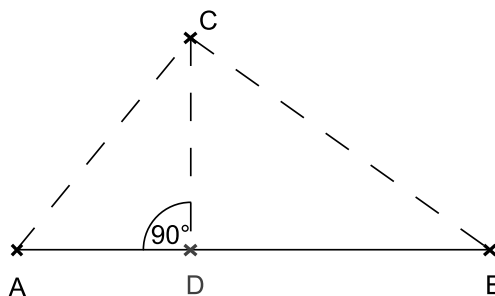
e) nejprve kružnici $k(S; 3\text{ cm})$, na ní si zvolíme dva různé body A, B , kterými vedeme přímku, dále pak vedeme další přímku s ní rovnoběžnou tak, aby s kružnicí k měla dva průsečíky;

f) nejprve kružnici $k(S; 3\text{ cm})$, na ní si zvolíme dva různé body A, B , kterými vedeme přímku, dále pak vedeme další přímku na ní kolmou tak, aby s kružnicí k měla dva průsečíky;

9-10 individuální konstrukce;

9-11 množinu tvoří kružnice se středem v bodě H a poloměrem 3 cm ;

9-12



Obr. 9.2 Úsečka a bod - řešení

9-13 (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. G-41, př. 2.8)

- a) všechny body ležící na přímkách a a b , které jsou rovnoběžné s přímkou p a mají od ní vzdálenost 1 cm;
- b) všechny body části roviny ohraničené dvěma přímkami a a b , které jsou rovnoběžné s přímkou p a mají od ní vzdálenost 15 mm, body těchto dvou přímek a a b nejsou řešením;
- c) přímka rovnoběžná s přímkami p, q , její vzdálenost od obou rovnoběžek je 6 mm (osa pásu určeného rovnoběžkami p, q);
- d) dvě navzájem kolmé přímky o_1 a o_2 , na nichž leží osy všech čtyř úhlů, na které dělí přímky p, q rovinu;

9-14 množinu bodů tvoří dvě soustředné kružnice se středem v bodě S a poloměry 0,5 cm a 4,5 cm;

9-15 množinu bodů tvoří osa úsečky KL ;

9-16 množinu bodů tvoří soustředná kružnice $l(S; 5,5 \text{ cm})$; vzdálenost je 1,5 cm;

9-17 1) p ; 2) B ; $|B, p| = 3 \text{ cm}$; 3) k ; $k(B; 2 \text{ cm})$; 4) n ; $n \parallel p$, $|n, p| = 2 \text{ cm}$;

5) S ; $S \in k \cap n$; 6) l ; $l(S; 2 \text{ cm})$; dvě řešení;

9-18 (Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. [4], s. G-44, př. 2.15)

- a) kolmice z bodu A na přímkou p , bod A do této množiny nepatří;
- b) osa úsečky AB ;
- c) přímka procházející bodem C a středem zadané kružnice; bod C a střed zadané kružnice do této množiny nepatří;
- d) kružnice soustředná se zadanými kružnicemi; její poloměr je aritmetickým průměrem obou zadaných kružnic, (druhá možnost je soustředná kružnice o poloměru poloviny z absolutní hodnoty rozdílu poloměrů);
- e) dvě navzájem kolmé přímky na nichž leží osy všech čtyř úhlů, na které

- dělí zadané přímky rovinu, průsečík těchto přímek do množiny nepatří;
- f) přímka rovnoběžná se zadanými přímkami, její vzdálenost od obou rovnoběžek je stejná a to polovina vzdálenosti obou zadaných rovnoběžek (tj. osa pásu určeného zadanými rovnoběžkami);
- 9-19** rovnoběžné přímky s přímkou p , které jsou od ní vzdáleny 3 cm;
- 9-20** jeden bod, a to střed kružnice opsané trojúhelníku ABC ;
- 9-21** množinu všech bodů tvoří kružnice $k(S; 3,7 \text{ cm})$, kde S je střed úsečky AB , body A a B do množiny nepatří;
- 9-22** kružnice se středem ve středu úsečky AB s poloměrem poloviny délky úsečky AB , bez bodu A ;
- 9-23** 1) AB ; $|AB| = 5 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) Th ; $Th(S; |AS|)$; 4) k ; $k(A; 2 \text{ cm})$; 5) C ; $C \in k \cap Th$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-24** 1) AB ; $|AB| = 9 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) Th ; $Th(S; |AS|)$; 4) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 60^\circ$; 5) C ; $C \in Th \cap \mapsto AX$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2); 30°
- 9-25** 1) BD ; $|BD| = 10 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in BD$, $|BS| = |SD|$; 3) Th ; $Th(S; 5 \text{ cm})$; 4) k ; $k(B; 8 \text{ cm})$; 5) A ; $A \in Th \cap k$; 6) C ; $C \in \mapsto AS \cap Th$; obdélník $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-26** V pravoúhlém s přeponou c ;
- 9-27** 1) AC ; $|AC| = 8 \text{ cm}$; 2) osa AC ; 3) S ; $S \in AC \cap \text{osa } AC$; 4) Th ; $Th(S; 4 \text{ cm})$; 5) B, D ; $B, D \in Th \cap \text{osa } AC$; 6) čtverec $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-28** 1) AB ; $|AB| = 6 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 2,5 \text{ cm})$; 3) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 4) Th ; $Th(S; |AS|)$; 5) T ; $T \in k \cap Th$; 6) $\leftrightarrow BT$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-29** 1) k ; $k(S; 3,2 \text{ cm})$; 2) p ; $|p, S| = 1,4 \text{ cm}$; 3) m ; $m \perp p$, $S \in m$; 4) T ; $T \in k \cap m$; 5) t ; $t \perp M$, $T \in t$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-30** 1) k ; $k(S; 33 \text{ mm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) $\angle ASX$; $|\angle ASX| = 45^\circ$; 4) B ; $B \in k \cap \mapsto SX$; 5) t_1 ; $t_1 \perp BS$, $B \in t_1$; 5) t_2 ; $t_2 \perp SA$, $A \in t_2$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-31** 135° (resp. 45°);
- 9-32** 1) t ; 2) T ; $T \in t$; 3) p ; $p \perp t$, $T \in p$; 4) S ; $S \in p$, $|ST| = 2 \text{ cm}$; 5) k ; $k(S; 2 \text{ cm})$;
- 9-33** 1) kružnici $k(S; 2,5 \text{ cm})$ a přímkou p podle zadání; 2) q ; q, p svírají úhel 60° ; 3) m ; $m \perp q$, $S \in q$; 4) T ; $T \in k \cap m$; 5) t ; $t \parallel q$, $T \in t$; (4 řešení);

- 9-34 a)** 1) p ; 2) S ; $|p, S| = 3 \text{ cm}$; 3) k ; $k(S; 3 \text{ cm})$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
b) 1) p ; 2) S ; $|p, S| = 3 \text{ cm}$; 3) $m \perp p$; $S \in m$; 4) Q ; $Q \in m \cap p$;
 5) k ; $k(Q; 1,25 \text{ cm})$; 6) P_1, P_2 ; $P_1, P_2 \in p \cap k$; 7) l ; $l(S; |P_1 S|)$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-35** tato tětiva vznikne průsečíkem kružnice k a kolmice p na AS procházející bodem A ;
- 9-36 a)** jedná se o kružnice, jejichž střed leží na soustředné kružnici s kružnicí k o poloměru 2 cm ;
b) jedná se o kružnice, jejichž střed leží na soustředné kružnici s kružnicí k o poloměru $4,5 \text{ cm}$;
- 9-37 a)** 1) k ; $k(S; 2,3 \text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) $\leftrightarrow SA$; 4) k_2 ; $k_2(A; 1,5 \text{ cm})$;
 5) T ; $T \in \leftrightarrow SA \cap k_2$; 6) l ; $l(T; 1,5 \text{ cm})$; (2 řešení);
b) stejný postup jako v a) jen hodnoty $1,5 \text{ cm}$ nahradíme $2,5 \text{ cm}$;
- 9-38** 1) k ; $k(S; 4,8 \text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) r ; $r(A; 9 \text{ cm})$; 4) B ; $B \in k \cap r$;
 5) S' ; $S' \in AB$, $|AS'| = |S'B|$; 6) p ; $p \perp AB$, $S' \in p$; 7) P ; $P \in p \cap k$;
 8) T ; $T \in PS'$, $|PT| = |TS'|$; 9) l ; $l(T; |PT|)$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-39** Řešením jsou čtyři kružnice. Středů těchto kružnic se nachází na průsečíku os úhlů, které svírají přímky p, q (4 úhly) s rovnoběžkami s jednou z přímek, které jsou od ní vzdáleny 18 mm .
- 9-40** Tyto body jsou čtyři a vzniknou průnikem kružnice se středem v bodě M a poloměru 4 cm s rovnoběžkami s přímkou m , které jsou od ní vzdáleny 1 cm ;
- 9-41** Střed kružnice leží na průsečíku rovnoběžky s přímkami a, b , která má od obou stejnou vzdálenost, s osou úhlu přímek a, c . Poloměrem je polovina vzdálenosti přímek a, b ; (2 řešení);
- 9-42** 1) KL ; $|KL| = 2,1 \text{ cm}$; 2) k ; $k(K; 2,6 \text{ cm})$; 3) l ; $l(L; 1,3 \text{ cm})$; 4) M ; $M \in k \cap l$;
 jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2); část roviny, která vznikne průnikem kruhů o poloměrech 16 mm a střezech K, L, M ;
- 9-43 a)** 1) KL ; $|KL| = 2,5 \text{ cm}$; 2) f ; $f(K; 2 \text{ cm})$; 3) l ; $l(L; 2 \text{ cm})$; 4) S ; $S \in l \cap f$;
 5) k ; $k(S; 2 \text{ cm})$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
b) nemá řešení;
- 9-44** 1) ST ; $|ST| = 41 \text{ mm}$; 2) k ; $k(S; 16 \text{ mm})$; 3) l ; $l(T; 19 \text{ mm})$;
 4) k_k ; $k_k(S; 36 \text{ mm})$; 5) k_l ; $k_l(T; 39 \text{ mm})$; 6) P ; $P \in k_k \cap k_l$;
 7) m ; $m(P; 20 \text{ mm})$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-45** 1) p ; 2) M ; $M \in p$; 3) q ; $M \in q$, p, q svírají uhel 60° ;

- 4) Q ; $Q \in q$, $|MQ| = 3 \text{ cm}$; 5) osa $\angle QMp$; 6) n ; $n \perp MQ$, $Q \in n$;
 7) P ; $P \in \text{osy } \angle QMp \cap n$; 8) k ; $k(P; |QP|)$; dvě řešení v dané polorovině
 (v rovině 4);
- 9-46** 60° - vnitřní úhel u vrcholu libovolného rovnostranného trojúh.;
 30° - osou úhlu 60° ;
 15° - osou úhlu 30° ;
 45° - osou úhlu 90° (ten kolmicemi);
 $22^\circ 30'$ - osou úhlu 45° ;
 105° - složením úhlů velikosti 60° a 45° ;
 120° - složením úhlů velikosti 60° a 60° ;
- 9-47 a)** 1) MN ; $|MN| = 7,2 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in MN$, $|MS| = |SN|$;
 3) Th ; $Th(S; |MS|)$; 4) k ; $k(M; 3,3 \text{ cm})$; 5) P ; $P \in K \cap Th$;
 6) n ; $n \perp MP$, $P \in n$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
b) 1) MN ; $|MN| = 7,2 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in MN$, $|MS| = |SN|$;
 3) Th ; $Th(S; |MS|)$; 4) k ; $k(M; 7,2 \text{ cm})$; 5) P ; $P \in K \cap Th$;
 6) n ; $n \perp MP$, $P \in n$; jedno řešení v dané v rovině; c) nemá řešení;
- 9-48** 1) AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 9 \text{ cm})$; 3) l ; $l(B; 11 \text{ cm})$; 4) C ; $C \in k \cap l$;
 5) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-49** 1) BC ; $|BC| = 3 \text{ cm}$; 2) $\angle BCX$; $|\angle BCX| = 55^\circ$;
 3) A ; $A \in \mapsto CX$, $|AC| = 4 \text{ cm}$; 4) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině
 (v rovině 2);
- 9-50** 1) BC ; $|BC| = 7 \text{ cm}$; 2) $\angle BCX$; $|\angle BCX| = 70^\circ$; 3) $\angle CBY$; $|\angle CBY| = 45^\circ$;
 4) A ; $A \in \mapsto CX \cap \mapsto BY$; 5) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině
 (v rovině 2);
- 9-51** 1) BC ; $|BC| = 5 \text{ cm}$; 2) $\angle CBX$; $|\angle CBX| = 80^\circ$; 3) k ; $k(C; 8 \text{ cm})$;
 4) A ; $A \in \mapsto BX \cap k$; 5) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-52 a)** 1) AB ; $|AB| = 7 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) k ; $k(A; 5 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(S; 6 \text{ cm})$; 5) C ; $C \in k \cap l$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině
 (v rovině 2);
b) 1) BC ; $|BC| = 4 \text{ cm}$; 2) $\angle CBX$; $|\angle CBX| = 30^\circ$;
 3) S ; $S \in BC$, $|BS| = |SC|$; 4) k ; $k(S; 6 \text{ cm})$; 5) A ; $A \in k \cap \mapsto BX$;
 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
c) 1) AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) k ; $k(A; 6 \text{ cm})$;
 4) Th ; $Th(S; |AS|)$; 5) C ; $C \in k \cap Th$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané
 polorovině (v rovině 2);
d) 1) k ; $k(S; 4 \text{ cm})$; 2) A ; $A \in k$; 3) l ; $l(A; 6 \text{ cm})$; 4) B ; $B \in k \cap l$;

- 5) p ; $p \parallel AB$, $|p, AB| = 4,5 \text{ cm}$; 6) C ; $C \in k \cap p$; 7) $\triangle ABC$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- e) 1) k ; $k(S; 6,5 \text{ cm})$; 2) C ; $C \in k$; 3) l ; $l(C; 4,5 \text{ cm})$; 4) B ; $B \in k \cap l$;
5) C ; $C \in k \cap l$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-53** 1) AB ; $|AB| = 6 \text{ cm}$; 2) n ; $n \parallel AB$, $|n, AB| = 3 \text{ cm}$; 3) k ; $k(B; 4 \text{ cm})$;
4) C ; $C \in k \cap n$; 6) $\triangle ABC$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-54** 1) BC ; $|BC| = 10 \text{ cm}$; 2) n ; $n \parallel BC$, $|n, BC| = 5,5 \text{ cm}$;
3) $\angle BCX$; $|\angle BCX| = 60^\circ$; 4) A ; $A \in n \cap \mapsto CX$; 5) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-55** 1) AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 4 \text{ cm})$; 3) l ; $l(B; 6 \text{ cm})$; 4) T ; $T \in k \cap l$;
5) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 6) C ; $C \in \mapsto ST$, $|CT| = 2 \cdot |ST|$; 7) $\triangle ABC$;
jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-56** Nejprve graficky sestojíme výšku, její délka vyjde 3 cm. 1) BC ; $|BC| = 5,8 \text{ cm}$;
2) n ; $n \parallel BC$, $|n, BC| = 2,5 \text{ cm}$; 3) S ; $S \in BC$, $|BS| = |SC|$; 4) k ; $k(S; 3 \text{ cm})$;
5) A ; $A \in k \cap n$; 6) $\triangle KLM$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-57** 1) AB ; $|AB| = 5,5 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) Th ; $Th(S; |AS|)$;
4) k ; $k(B; 5 \text{ cm})$; 5) P ; $P \in Th \cap k$; 6) n ; $n \parallel AB$, $|n, AB| = 4 \text{ cm}$;
7) C ; $C \in \mapsto AP \cap n$; 8) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-58** 1) k ; $k(S; 3,2 \text{ cm})$; 2) K ; $K \in k$; 3) l ; $l(K; 4,5 \text{ cm})$; 4) L ; $L \in k \cap l$;
5) $\angle LKX$; $|\angle LKX| = 33^\circ$; M ; $M \in k \cap \mapsto KX$ 6) $\triangle KLM$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-59** 1) BC ; $|BC| = 9 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in BC$, $|BS| = |SC|$; 3) Th ; $Th(S; |BS|)$;
4) k ; $k(B; 4,5 \text{ cm})$; 5) P ; $P \in k \cap Th$; 6) l ; $l(S; 2,5 \text{ cm})$; 7) A ; $A \in l \cap \mapsto CP$;
8) $\triangle ABC$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-60** 1) $\angle XAY$; $|\angle XAY| = 45^\circ$; 2) n ; $n \parallel AX$, $|n, AX| = 6 \text{ cm}$;
3) C ; $C \in n \cap \mapsto AY$; 4) k ; $k(C; 6,5 \text{ cm})$; 5) S ; $S \in k \cap \mapsto AX$;
6) B ; $B \in \mapsto AS$, $|AB| = 2|AS|$; 7) $\triangle ABC$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-61** 1) AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) p ; $p \perp AB$, $S \in p$;
4) C ; $C \in p$, $|SC| = 3,5 \text{ cm}$; 5) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-62** 1) OS ; $|OS| = 6 \text{ cm}$; 2) p ; $p \perp OS$, $S \in p$; 3) P ; $P \in OS$ $|PS| = 1,6 \text{ cm}$;
4) k ; $k(P; 1,6 \text{ cm})$; 5) Q ; $Q \in OP$, $|OQ| = |QP|$;
6) Th ; $Th(Q; |OQ|)$; 7) T_1, T_2 ; $T_1, T_2 \in Th \cap k$; 8) M ; $M \in p \cap \mapsto OT_1$;
9) N ; $N \in p \cap \mapsto OT_2$; 10) $\triangle MNO$; jedno řešení;
- 9-63** 1) MN ; $|MN| = 5 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in MN$, $|MS| = |SN|$; 3) p ; $p \perp MN$, $S \in p$;

- 4) Th ; $Th(S; 2,5 \text{ cm})$; 5) k ; $k(A; 4 \text{ cm})$; 6) P ; $P \in Th \cap k$;
 7) O ; $O \in p \cap \mapsto NP$; 8) $\triangle MNO$; jedno řešení v dané polorovině
 (v rovině 2); nemělo by řešení při výšce rovné pěti a více;
- 9-64** 1) KL ; $|KL| = 6,9 \text{ cm}$; 2) P ; $P \in KL$; $|KP| = 3 \text{ cm}$;
 3) Q ; $Q \in KL$; $|KQ| = 3,9 \text{ cm}$; 4) p ; $p \perp KL$, $P \in p$; 5) q ; $q \perp KL$, $Q \in q$;
 6) S ; $S \in KL$, $|KS| = |SL|$; 7) Th ; $Th(S; |KS|)$; 8) M_1 ; $M_1 \in p \cap Th$;
 9) M_2 ; $M_2 \in q \cap Th$; 10) $\triangle KLM_1$, $\triangle KLM_2$; dvě řešení v dané polorovině
 (v rovině 4);
- 9-65** 1) AB ; $|AB| = 7 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) Th ; $Th(S; |AS|)$;
 4) k ; $k(A; 4,5 \text{ cm})$; 5) C ; $C \in k \cap Th$; 6) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané
 polorovině (v rovině 2);
- 9-66 a)** 1) EF ; $|EF| = 8 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel EF$, $|p, EF| = 2,6 \text{ cm}$;
 3) S ; $S \in EF$, $|ES| = |SF|$; 4) Th ; $Th(S; 4 \text{ cm})$; 5) G ; $G \in p \cap Th$; 6) $\triangle EFG$;
 dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4); b) nemá řešení;
- 9-67** 1) BC ; $|BC| = 6 \text{ cm}$; 2) $\angle BCX$; $|\angle BCX| = 90^\circ$;
 3) m ; $m \parallel BC$, $|m, BC| = 1,5 \text{ cm}$; 4) n ; $n \parallel CX$, $|n, CX| = 1,5 \text{ cm}$;
 5) S ; $S \in n \cap m$; 6) k ; $k(S; 1,5 \text{ cm})$; 7) D ; $D \in BS$, $|BD| = |SD|$;
 8) l ; $l(B; |BD|)$; 9) T ; $T \in k \cap l$, $T \notin BC$; 10) A ; $A \in \mapsto BT \cap \mapsto CX$;
 11) $\triangle ABC$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-68 a)** 1) AB ; $|AB| = 8,1 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 6,5 \text{ cm})$; 3) l ; $l(B; 3,7 \text{ cm})$;
 4) C ; $C \in k \cap l$; 5) n ; $n \parallel AB$, $C \in n$; 6) D ; $D \in n$, $|CD| = 4,5 \text{ cm}$;
 7) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- b)** 1) AB ; $|AB| = 7,7 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel AB$, $|p, AB| = 3,5 \text{ cm}$; 3) k ; $k(A; 3,8 \text{ cm})$;
 4) D ; $D \in k \cap p$; 5) C ; $C \in p$, $|CD| = 4 \text{ cm}$; 6) lichob. $ABCD$; dvě řešení
 v dané polorovině (v rovině 4);
- c)** 1) AB ; $|AB| = 6,4 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel AB$, $|p, AB| = 2,7 \text{ cm}$;
 3) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 70^\circ$; 4) D ; $D \in p \cap \mapsto AX$;
 5) $\angle ABY$; $|\angle ABY| = 55^\circ$; 6) C ; $C \in p \cap \mapsto BY$; 7) lichob. $ABCD$; jedno
 řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-69** 1) AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$; 2) n ; $n \parallel AB$, $|n, AB| = 3,5 \text{ cm}$; 3) k ; $k(A; 4 \text{ cm})$;
 4) D ; $D \in k \cap n$; 5) l ; $l(A; 6,5 \text{ cm})$; 6) C ; $C \in l \cap n$; 7) lichob. $ABCD$;
 dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-70** 1) AB ; $|AB| = 7 \text{ cm}$; 2) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 75^\circ$;
 3) D ; $D \in \mapsto AX$, $|DA| = 4 \text{ cm}$; 4) n ; $n \parallel AB$, $D \in n$; 5) k ; $k(B; 5,8 \text{ cm})$;
 6) C ; $C \in k \cap n$; 7) lichob. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-71** 1) AB ; $|AB| = 8,5 \text{ cm}$; 2) $\angle ABX$; $|\angle ABX| = 60^\circ$;

- 3) n ; $n \parallel AB$, $|n, AB| = 3,5 \text{ cm}$; 4) C ; $C \in \mapsto BX \cap n$;
 5) D ; $D \in n$, $|CD| = 3,5 \text{ cm}$; 6) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-72** 1) AB ; $|AB| = 6,8 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 3) Th ; $Th(S; |AS|)$;
 4) k ; $k(B; 3,5 \text{ cm})$; 5) C ; $C \in Th \cap k$; 6) p ; $p \parallel AB$, $C \in p$; 7) l ; $l(C; 2,6 \text{ cm})$;
 8) D ; $D \in p \cap l$; 9) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-73 a)** 1) AB ; $|AB| = 6,2 \text{ cm}$; 2) k ; $k(B; 4 \text{ cm})$; 3) l ; $l(A; 7,5 \text{ cm})$;
 4) C ; $C \in k \cap l$; 5) p ; $p \parallel AB$, $C \in p$; 6) r ; $r(B; 5 \text{ cm})$; 7) D ; $D \in p \cap r$;
 8) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
b) 1) AB ; $|AB| = 7 \text{ cm}$; 2) P ; $P \in AB$, $|PB| = |c|$; 3) $k(A; 4 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(P; 3 \text{ cm})$; 5) D ; $D \in k \cap l$; 6) p ; $p \parallel AB$, $D \in p$;
 7) C ; $C \in p$, $|DC| = 2 \text{ cm}$; 8) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-74** 1) AB ; $|AB| = 6 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel AB$, $|p, AB| = 3 \text{ cm}$; 3) k ; $k(A; 4 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(B; 4 \text{ cm})$; 5) D ; $D \in p \cap k$; 6) C ; $C \in p \cap l$; 7) lichob. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-75 a)** 1) AB ; $|AB| = 8,2 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel AB$, $|p, AB| = 34 \text{ mm}$;
 3) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 4) Th ; $Th(S; |AS|)$; 5) D ; $D \in p \cap Th$;
 6) C ; $C \in p \cap Th$; 7) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
b) 1) AB ; $|AB| = 7,1 \text{ cm}$; 2) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 31^\circ$;
 3) $\angle ABY$; $|\angle ABY| = 31^\circ$; 4) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$; 5) Th ; $Th(S; |AS|)$;
 6) D ; $D \in \mapsto BY \cap Th$; 7) C ; $C \in \mapsto AX \cap Th$; 8) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-76 a)** nemá řešení;
b) 1) LM ; $|LM| = 4,5 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel LM$, $|p, LM| = 1,5 \text{ cm}$; 3) k ; $k(M; 4,2 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(L; 4,2 \text{ cm})$; 5) N ; $N \in p \cap l$; 6) O ; $O \in p \cap k$; 7) lichob. $LMNO$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
c) 1) LN ; $|LN| = 8 \text{ cm}$; 2) $\angle LNX$; $|\angle LNX| = 85^\circ$; 3) k ; $k(L; 9 \text{ cm})$;
 4) M ; $M \in k \cap \mapsto NX$; 5) p ; $p \parallel LM$, $N \in p$; 6) l ; $l(L; |MN|)$; O ; $O \in p \cap l$;
 7) lichob. $LMNO$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-77 a)** 1) BC ; $|BC| = 2,4 \text{ cm}$; 2) p ; $p \perp BC$, $C \in p$; 3) q ; $q \perp BC$, $B \in q$;
 4) k ; $k(B; 3,4 \text{ cm})$; 5) D ; $D \in p \cap k$; 6) $\angle CDX$; $|\angle CDX| = 125^\circ$;
 7) M ; $M \in q \cap \mapsto DX$; 8) lichob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);

- b) 1) AD ; $|AD| = 2 \text{ cm}$; 2) p ; $p \perp AD$, $D \in p$; 3) q ; $q \perp AD$, $A \in q$;
 4) k ; $k(D; 5,2 \text{ cm})$; 5) B ; $B \in q \cap k$; 6) S ; $S \in AB$, $|AS| = |SB|$;
 7) Th ; $Th(S; |AS|)$; 8) C ; $C \in p \cap Th$; 9) lichob. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- c) 1) AB ; $|AB| = 6,8 \text{ cm}$; 2) p ; $p \perp AB$, $B \in p$; 3) C ; $C \in p$, $|BC| = 3,5 \text{ cm}$;
 4) q ; $q \parallel AB$, $C \in q$; 5) r ; $r \parallel BC$, $A \in r$; 6) P ; $P \in q \cap r$;
 7) D ; $D \in \mapsto CE$, $D \neq C$, $D \neq E$; 8) lichob. $ABCD$; nekonečně mnoho řešení;
- 9-78 a)** 1) BC ; $|BC| = 2 \text{ cm}$; 2) p ; $p \parallel BC$, $|p, BC| = 2,5 \text{ cm}$; 3) k ; $k(B; 3 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(C; 3 \text{ cm})$; 5) D ; $D \in p \cap l$; 6) A ; $A \in p \cap K$; 7) rovnob. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- b) nemá řešení;
- 9-79 a)** 1) AB ; $|AB| = 5 \text{ cm}$; 2) $\angle ABX$; $|\angle ABX| = 42^\circ$;
 3) C ; $C \in \mapsto BX$, $|BC| = 6,1 \text{ cm}$; 4) m ; $m \parallel AB$, $C \in m$;
 5) n ; $m \parallel BC$, $A \in n$; 6) D ; $D \in m \cap n$; 7) rovnob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- b) 1) AC ; $|AC| = 3,4 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in AC$, $|AS| = |SC|$; 3) k ; $k(A; 3,1 \text{ cm})$;
 4) l ; $l(S; 2,5 \text{ cm})$; 5) B ; $B \in k \cap l$; 6) D ; $D \in l \cap \mapsto BS$; 7) rovnob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- c) 1) AB ; $|AB| = 3 \text{ cm}$; 2) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 68^\circ$; 3) p ; $p \parallel AX$, $B \in p$;
 4) k ; $k(A; 5,7 \text{ cm})$; 5) C ; $C \in k \cap p$; 6) q ; $q \parallel AB$, $C \in q$;
 7) D ; $D \in q \cap \mapsto AX$; 8) rovnob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- d) 1) BD ; $|BD| = 2,4 \text{ cm}$; 2) p ; $p \perp BD$, $D \in p$; 3) $\angle DBX$; $|\angle DBX| = 50^\circ$;
 4) A ; $A \in p \cap \mapsto BX$; 5) q ; $q \parallel AD$, $B \in q$; 6) r ; $r \parallel AB$, $D \in r$;
 7) C ; $C \in q \cap r$; 8) rovnob. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-80** 1) m, n ; $m \parallel n$, $|m, n| = 5 \text{ cm}$; 2) A ; $A \in m$; 3) k ; $k(A; 9 \text{ cm})$;
 4) C ; $C \in k \cap n$; 5) S ; $S \in AC$, $|AS| = |SC|$; 6) p ; $p \perp AC$, $S \in p$;
 7) D ; $D \in p \cap n$; 8) B ; $B \in p \cap m$; 9) kosočtver. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-81 a)** 1) PR ; $|PR| = 3 \text{ cm}$; 2) $\angle RPX$; $|\angle RPX| = 55^\circ$;
 3) T ; $T \in \mapsto PX$, $|PT| = |PR|$; 4) k ; $k(R; 3 \text{ cm})$; 5) l ; $l(T; 3 \text{ cm})$;
 6) S ; $S \in k \cap l$, $S \neq P$; 7) kosočtverec $PRST$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- b) 1) PT ; $|PT| = 3,8 \text{ cm}$; 2) k ; $k(T; 3,8 \text{ cm})$; 3) l ; $l(P; 3,8 \text{ cm})$;
 4) R ; $R \in k \cap l$; 5) m ; $m(R; 3,8 \text{ cm})$; 6) S ; $S \in k \cap m$, $P \neq S$;

- 7) kosočtverec $PRST$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- c) 1) PS ; $|PS| = 3,5 \text{ cm}$; 2) A ; $A \in PS$; $|PA| = |AS|$ 3) p ; $p \perp PS$, $A \in p$;
 4) k ; $k(A; |RT|/2)$; 5) R, T ; $R, T \in k \cap p$; 6) kosočtverec $PRST$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- d) 1) $\angle XRY$; $|\angle XRY| = 62^\circ$; 2) n ; $n \parallel XR$, $|n, XR| = 3,5 \text{ cm}$
 3) S ; $S \in n \cap \mapsto RY$; 4) k ; $k(S; |RS|)$; 5) T ; $T \in k \cap \mapsto RX$, $T \neq R$;
 6) l ; $l(T; |RS|)$; 7) m ; $m(R; |RS|)$; 8) P ; $P \in l \cap m$, $P \neq S$;
 9) kosočtverec $PRST$; jedno řešení;
 jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-82** 1) k ; $k(S; 2 \text{ cm})$; 2) E, F ; $E, F \in k$, $S \in EF$; 3) r ; $r \perp EF$, $S \in r$;
 4) G, H ; $G, H \in r \cap k$; 5) m ; $m \parallel EF$, $|m, EF| = 2 \text{ cm}$, $H \in m$;
 6) n ; $n \parallel EF$, $|n, EF| = 2 \text{ cm}$, $G \in n$; 7) o ; $o \parallel GH$, $|o, GH| = 2 \text{ cm}$, $E \in o$;
 8) p ; $p \parallel GH$, $|p, GH| = 2 \text{ cm}$, $F \in p$; 9) A ; $A \in o \cap n$; 10) D ; $D \in o \cap m$;
 11) B ; $B \in p \cap n$; 12) A ; $A \in p \cap m$; 13) čtverec $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-83 a)** 1) UX ; $|UX| = 4,1 \text{ cm}$; 2) S ; $S \in UX$; $|US| = |SX|$;
 3) $\angle USA$; $|\angle USA| = 125^\circ$; 4) V ; $V \in \mapsto SA$, $|SV| = |SU|$;
 5) Y ; $Y \in \mapsto VS$; $|SY| = |SU|$; 6) obdélník $UVXY$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- b)** 1) k ; $k(S; 2,1 \text{ cm})$; 2) V ; $V \in k$; 3) l ; $l(V; 1,9 \text{ cm})$; 4) X ; $X \in k \cap l$;
 5) p ; $p \perp VX$, $X \in p$; 6) q ; $q \perp VX$, $V \in p$; 7) U ; $U \in k \cap q$;
 8) Y ; $Y \in k \cap p$; 9) obdélník $UVXY$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- 9-84 a)** 1) AB ; $|AB| = 6,7 \text{ cm}$; 2) $\angle ABX$; $|\angle ABX| = 65^\circ$;
 3) C ; $C \in \mapsto BX$, $|BC| = 2,8 \text{ cm}$; 4) k ; $k(A; 4,8 \text{ cm})$; 5) l ; $l(C; 4 \text{ cm})$;
 6) D ; $D \in k \cap l$; 7) čtyřúhel. $ABCD$; jedno řešení v dané polorovině (v rovině 2);
- b)** 1) AB ; $|AB| = 6,4 \text{ cm}$; 2) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 90^\circ$;
 3) D ; $D \in \mapsto AX$, $|AD| = 3,5 \text{ cm}$; 4) $\angle ABY$; $|\angle ABY| = 60^\circ$;
 5) C ; $C \in \mapsto BY$, $|BC| = 5,3 \text{ cm}$; 6) čtyřúhel. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- 9-85 a)** 1) AB ; $|AB| = 4,5 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 5,5 \text{ cm})$; 3) l ; $l(B; 4 \text{ cm})$;
 4) C ; $C \in k \cap l$; 5) r ; $r(C; 3,4 \text{ cm})$; 6) $\angle BAX$; $|\angle BAX| = 76^\circ$;
 7) D ; $D \in r \cap \mapsto AX$; 8) čtyřúhel. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině (v rovině 4);
- b)** 1) AB ; $|AB| = 7,5 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 5,5 \text{ cm})$; 3) $\angle ABX$; $|\angle ABX| = 45^\circ$;

- 4) C ; $C \in k \cap \mapsto BX$; 5) osa AC ; 6) $\angle BAY$; $|\angle BAY| = 75^\circ$;
 7) D ; $D \in \text{osy } AB \cap \mapsto AY$; 8) čtyřúhel. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině
 (v rovině 4);
- 9-86** 1) AB ; $|AB| = 4,5 \text{ cm}$; 2) k ; $k(A; 6,5 \text{ cm})$; 3) l ; $l(B; 5,5 \text{ cm})$; 4) C ; $C \in k \cap l$;
 5) S ; $S \in AC$, $|AS| = |SC|$; 6) osa AC ; 7) r ; $r(S; 1,5 \text{ cm})$;
 8) D ; $D \in r \cap \text{osa } AC$; 9) čtyřúhel. $ABCD$; dvě řešení v dané polorovině
 (v rovině 4);
- 9-87** 1) KL ; $|KL| = 4,2 \text{ mm}$; 2) $\angle K LX$; $|\angle K LX| = 75^\circ$; 3) $\angle L K Y$; $|\angle L K Y| = 75^\circ$;
 4) M ; $M \in \mapsto LX \cap \mapsto KY$; 5) $\triangle KLM$; dvě řešení v dané polorovině
 (v rovině 4); střed kružnice vepsané leží na průsečíku os úhlů a body dotyku
 sestrojíme spuštěním kolmic ze středu na jednotlivé strany; kružnice opsaná
 má střed na průsečíku os stran;

Závěr

Teprve až při vytváření této práce jsem si uvědomil, o jak rozsáhlé téma se jedná a to mě ze začátku hodně zaskočilo. Proto jsem si musel vymezit jasný cíl, čeho chci dosáhnout. Za tento cíl jsem si určil vytvořit sbírku příkladů, která bude obsahovat dostatek příkladů na procvičení látky 8. ročníku základní školy a bude ji možné použít učiteli jako rozšiřující a obohacující materiál k výkladu probírané látky.

V jednotlivých kapitolách jsem se snažil, pokud to bylo vhodné, vytvářet k dané látce jak příklady číselné, tak i slovní úlohy. K tomu jsem čerpal inspiraci z literatury, která je uvedena v seznamu použité literatury a dalších zdrojů. A to zejména z děl napsaných trojicí autorů Binterová H., Fuchs E., Tlustý P. Příklady jsem se snažil vytvářet tak, aby byly rozmanité a zároveň praktické. Každá kapitola začíná vždy jednoduchými příklady, které postupně přecházejí k obtížnějším.

Pro mě osobně bylo vytváření této sbírky přínosné a obohacující a chtěl bych v budoucnu po absolvování didaktik z matematiky na toto téma navázat diplomovou prací.

Seznam použité literatury a další zdroje

- [1] Běloun, F., Chytilová, M., Kolářová, R. aj.: *Tabulky pro základní školu*. 7. vyd. Praha: Galaxie, 1993. ISBN 80-85204-17-7
- [2] Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj.: *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. dotisk 8., uprav. vyd. Praha: Prometheus, 2012. ISBN 978-80-7196-104-8
- [3] Běloun, F., Bušek, I., Macháček, V. aj.: *Sbírka úloh z matematiky pro základní školy*. dotisk 5. vyd. Praha: SPN, 1988.
- [4] Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P.: *Matematika 8 - příručka učitele pro základní školy a víceletá gymnázia - aritmetika, geometrie*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-688-8
- [5] Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P.: *Matematika 8 - učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia - aritmetika*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0
- [6] Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P.: *Matematika 8 - učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia - geometrie*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-686-4
- [7] Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P.: *Matematika 8 - pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia - aritmetika*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-685-7
- [8] Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P.: *Matematika 8 - pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia - geometrie*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-687-1
- [9] Bušek, I., Macháček, V., Kotlík, B. aj.: *Sbírka úloh z matematiky pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN, 1992. ISBN 80-04-26090-X
- [10] Coufalová, J., Pěchoučková, Š., Hejl, J.: *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 2. uprav. vyd. Praha: Fortuna, 2007. ISBN 978-80-7168-994-2
- [11] Dytrych, M., Dobiasová, I., Livňanská, L.: *Sbírka úloh z matematiky pro nižší ročníky víceletých gymnázií a pro 2. stupeň základních škol*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 1998. ISBN 80-7168-562-3

- [12] Eisler, J.: *Matematika od pětky do osmičky*. 1. vyd. Havlíčkův Brod: Fragment, 1994. ISBN 80-85768-26-7
- [13] Frýzek, M., Müllerová, J.: *Sbírka úloh z matematiky pro bystré hlavy*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 1992. ISBN 80-85298-51-1
- [14] Houska, J.: *Sbírka úloh z matematiky pro 7. a 8. ročník základních škol*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 1994. ISBN 80-7168-131-8
- [15] Kindl, K.: *Sbírka úloh z algebry pro základní devítileté školy*. 5. vyd. Praha: SPN, 1976.
- [16] Kindl, K.: *Sbírka úloh z algebry pro 7. a 8. ročník*. 2. vyd. Praha: SPN, 1962.
- [17] Krupka, P.: *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií, 2díl*. 3. přepr. vyd. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-189-2
- [18] Krupka, P.: *Sbírka úloh z matematiky pro druhý stupeň základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií: aritmetika, algebra, funkce*. 2. vyd. Praha: Global, 1996. ISBN 80-85870-12-6
- [19] Molnár, J., Emanovský, P., Lepík, L. aj.: *Matematika 8*. Olomouc: Prodos, 2000. ISBN 80-7230-062-8
- [20] Müllerová, J., Müller, P.: *Finanční matematika. Statistika*. 1. vyd. Praha: Kvarta, 1996. ISBN 80-85570-12-6
- [21] Odvárko, O., Kadleček, J.: *Pracovní sešit z matematiky: soubor úloh pro 8. ročník základní školy*. dotisk 1. vyd. Praha: Prometheus, 2003. ISBN 80-7196-201-5
- [22] Slouka, R., Kozlová, O., Weinlich, R. aj.: *Sbírka příkladů z matematiky pro žáky 5.-9. tříd ZŠ, studenty víceletých gymnázií a třídy s rozšířenou výukou matematiky*. Olomouc: FIN, 1994. ISBN 80-85572-55-9
- [23] Šedivý, O., Křížalkovičová, M., Macháček, V. aj.: *Matematika pro 8. ročník základní školy. 1díl*. dotisk 1. vyd. Praha: SPN, 1992. ISBN 80-4-26-240-6
- [24] Trejbal, J., Filip, Š., Kučinová, E. aj.: *Sbírka úloh z matematiky pro 7. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN, 1992. ISBN 80-04-25671-6

Internetové zdroje

Ze stránek Českého statistického úřadu:

- [25] ČSÚ. *Statistická ročenka České republiky 2012: 2. Území a podnebí - 2-3. Rozloha území ČR, počet obyvatel, hustota obyvatelstva na 1 km² a počet obcí v územním členění k 31. 12. 2011.* [online]. 22.11. 2012. [cit. 2013-02-19]. Dostupné z:
http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/kapitola/0001-12-r_2012-0200
- [26] ČSÚ. *Statistická ročenka České republiky 2012: 36. Kultura a sport - 26-14. Kina* [online]. 22.11. 2012. [cit. 2013-02-19]. Dostupné z:
http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/kapitola/0001-12-r_2012-2600