

MATEMATIKA 8 - Kružnice a kruh II.

V druhé části materiálů o kružnici a kruhu se seznámíte s částmi kružnice a kruhu. Naučíme se počítat jejich délku a obsah.

4. Části kružnic, kruhová úseč a výseč, mezikruží

Přímky a úsečky u kružnice

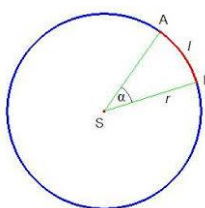
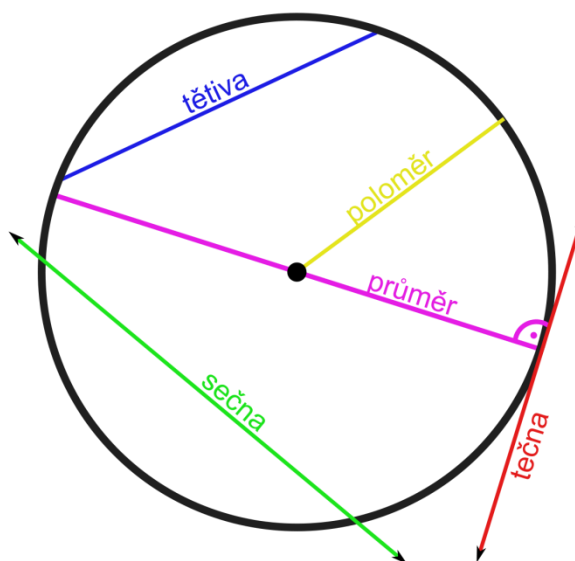
Přímka, která prochází libovolnými dvěma různými body kružnice se nazývá **sečna**.

Přímka, která má s kružnicí právě jeden společný bod se nazývá **tečna** kružnice.

Úsečka, která spojuje střed kružnice s libovolným bodem na kružnici se nazývá **poloměr** kružnice.

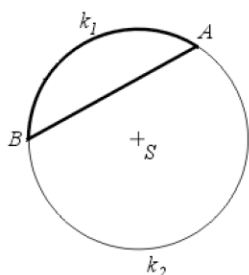
Úsečka, která spojuje libovolné dva body na kružnici a prochází jejím středem se nazývá **průměr** kružnice.

Úsečka, která spojuje dva body na kružnici se nazývá **tětiva** kružnice. Nejdelší tětiva je průměr kružnice.



V následujícím textu budeme často používat pojem **středový úhel**. Na našem obrázku vidíme středový úhel $\alpha = |\angle ASB|$

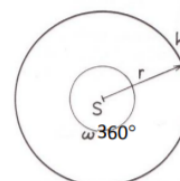
Oblouk kružnice, délka oblouku



Krajní body tětivy dělí kružnici na dva **oblouky kružnice** (označení – k_1, k_2)

kružnice přísluší středovému úhlu 360°

Délka oblouku kružnice, který přísluší úhlu 1° je $1/360$ délky celé kružnice.



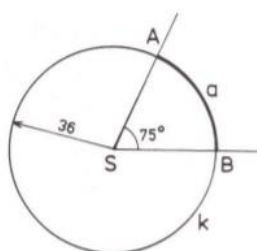
Délka oblouku kružnice (v tomto případě je délka oblouku označena písmenem a), který přísluší středovému úhlu α je tedy:

$$a = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360} \cdot \alpha$$

V případě, že bychom počítali délku půlkružnice, můžeme použít vztah: $a = \pi \cdot r$

Vzorový příklad:

Vypočítej délku a oblouku kružnice, který přísluší středovému úhlu $\alpha = 75^\circ$ v kružnici s poloměrem $r = 36\text{mm}$.



$$a = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360} \cdot \alpha$$

$$a = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 36}{360} \cdot 75$$

$$\underline{a = 47,1 \text{ mm}}$$

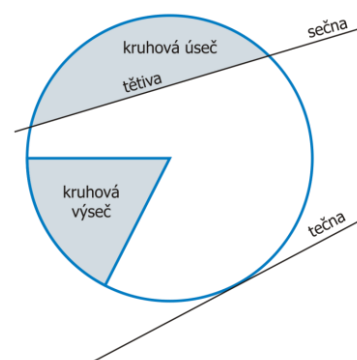
Příklad: Přemýšlej a vyřeš:

Vypočítej délku závodní dráhy, která má dvě rovinky po 50 m a průměr oblouků je 32 m.

Kruhová výseč a úseč, obsah výseče

Kruhová úseč je část kruhu ohraničená tětivou a obloukem kružnice. Největší kruhová úseč je polokruh (tětiva je průměrem).

Kruhová výseč je část kruhu ohraničená dvěma poloměry kruhu a obloukem kružnice. Její velikost závisí na velikosti středového úhlu.



$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$

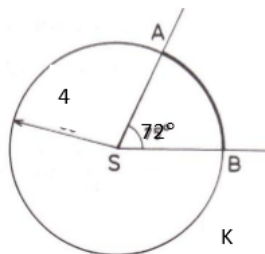
Obsah kruhové výseče spočítáme podle vztahu:

$r \rightarrow$ poloměr kružnice

$\alpha \rightarrow$ středový úhel

Vzorový příklad:

Vypočítej obsah kruhové výseče, která přísluší středovému úhlu α velikosti 72° v kružnici s poloměrem $r = 4$ cm.



$$S_v = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot \alpha$$

$$S_v = \frac{3,14 \cdot 4^2}{360} \cdot 72$$

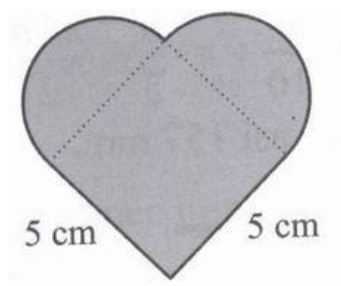
$$S_v = 10,048 \text{ cm}^2$$

Příklady: Přemýšlej a vyřeš:

1. Postřikovač se může otáčet o úhel 320° a má dosah 12m. Jakou plochu může zavlažovat?



2. Stylizovaný tvar srdce vznikl ze čtverce o straně 5 cm a dvou půlkruhů nad jeho stranami. Vypočítej obsah a obvod.



Další příklady na výpočet délky oblouku kružnice (včetně řešení) naleznete na:

<https://www.hackmath.net/cz/priklady-ulohy/kruhovy-oblouk>

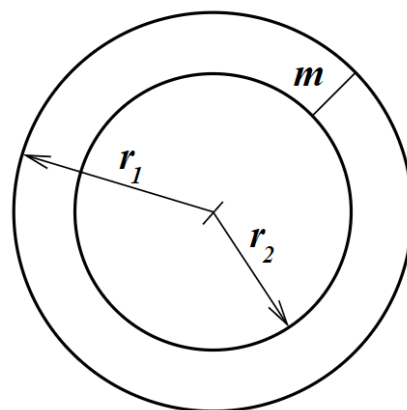
Další příklady na výpočet obsahu kruhové výseče (včetně řešení) naleznete na:

<https://www.hackmath.net/cz/priklady-ulohy/kruhova-vysec>

Mezikruží

Jako **mekukruží** označujeme geometrický útvar rozlišený dvěma soustřednými kružnicemi. Jedná se právě o plochu mezi těmito dvěma kružnicemi.

Obsah mezikruží vypočítáme jednoduše tak, že od obsahu větší kružnice odečteme obsah kružnice menší.



$$S_m = S_1 - S_2$$

Nebo pro výpočet můžeme použít vzorce (r_2 je poloměr větší kružnice a r_1 té menší):

$$S_m = \pi \times (r_2^2 - r_1^2)$$

Vzorový příklad:

Dvě soustředné kružnice tvoří mezikruží šířky 10 cm. Poloměr menší kružnice je 20 cm. Vypočítejte obsah mezikruží.

Řešení:

$$r_2 = 20 \text{ cm}$$

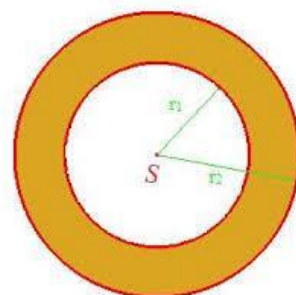
$$m = 10 \text{ cm}$$

$$r_1 = r_2 + m = 20 + 10 = 30 \text{ cm}$$

$$S_1 = \pi \cdot r_1^2 = 3.1416 \cdot 30^2 \doteq 2827.4334 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = \pi \cdot r_2^2 = 3.1416 \cdot 20^2 \doteq 1256.6371 \text{ cm}^2$$

$$S = S_1 - S_2 = 2827.4334 - 1256.6371 \doteq 1570.7963$$



Příklady: Přemýšlej a vyřeš:

Čtverci o straně $a=10$ cm je vepsaná a opsaná kružnice. Určete obsah mezikruží.

Další příklady na výpočet obsahu mezikruží (včetně řešení) naleznete na:

<https://www.hackmath.net/cz/priklady-ulohy/mezikruzi>