

# MATEMATIKA 8 - Kružnice a kruh IV.

Ve čtvrté části materiálů o kružnici a kruhu probereme vzájemnou polohu dvou kružnic.

## 6. Vzájemná poloha dvou kružnic

### Základní členění:

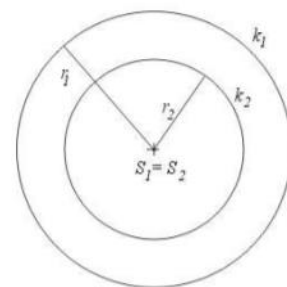
- 1) mají totožný střed  $S_1 = S_2$
- 2) nemají totožný střed  $S_1 \neq S_2$

Středná je vzdálenost středů  $S_1, S_2$  kružnic  $k_1, k_2$ . V tomto materiálu ji budeme značit  $s$ .

### 1. kružnice se společným středem:

- a) kružnice **totožné** – mají stejně veliký poloměr  $r_1 = r_2$
- b) kružnice **soustředné** – mají různě veliký poloměr  $r_1 \neq r_2$

Totožné kružnice mají nekonečně mnoho společných bodů, kružnice soustředné nemají žádný společný bod.



### 2. kružnice s různými středy:

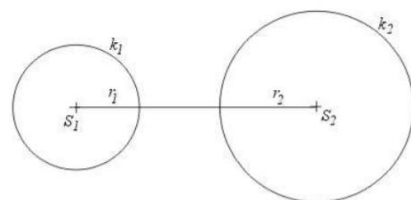
Úsečka  $S_1S_2$  se nazývá **středná**, budeme ji značit  $s$ .

#### a) kružnice leží vně sebe

Středná je větší než součet poloměrů:

$$s > r_1 + r_2$$

Kružnice nemají žádný společný bod.

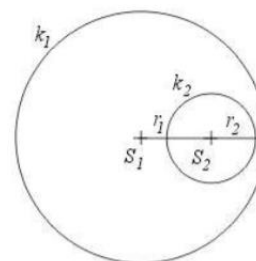


#### b) kružnice leží uvnitř sebe

Středná je menší než rozdíl poloměrů:

$$s < r_1 - r_2$$

Kružnice nemají žádný společný bod.

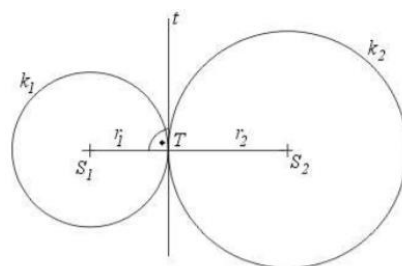


**c) kružnice mají vnější dotyk**

Středná se rovná součtu poloměrů:

$$s = r_1 + r_2$$

Kružnice mají jeden společný bod.

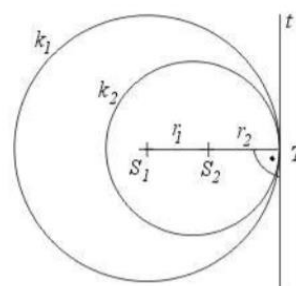


**d) kružnice mají vnitřní dotyk**

Středná se rovná rozdílu poloměrů:

$$s = r_1 - r_2$$

Kružnice mají jeden společný bod.

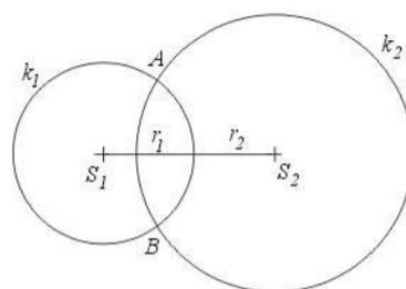


**e) kružnice se protínají ve dvou různých bodech**

Rozdíl poloměrů je menší než středná a ta je menší než jejich součet.

$$r_1 - r_2 < s < r_1 + r_2$$

Kružnice mají dva společné body.



**Vzorový příklad:**

Kružnice  $k_1 (S_1; r_1 = 3,5 \text{ cm})$  a kružnice  $k_2 (S_2; r_2 = 1,5 \text{ cm})$  mají délku středné:

a)  $|S_1S_2| = s = 8 \text{ cm}$

b)  $|S_1S_2| = s = 2 \text{ cm}.$

Urči výpočtem, jakou mají vzájemnou polohu.

**Řešení:**

a) pro  $s = 8 \text{ cm}$ ,  $r_1 = 3,5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 1,5 \text{ cm}$  platí:

$$r_1 + r_2 = 3,5 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \rightarrow 8 \text{ cm} > 5 \text{ cm} \rightarrow s > r_1 + r_2$$

Proto kružnice  $k_1$  a  $k_2$  leží vně sebe.

b) pro  $s = 2 \text{ cm}$ ,  $r_1 = 3,5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 1,5 \text{ cm}$  platí:

$$r_1 + r_2 = 3,5 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \quad \rightarrow 2 \text{ cm} < 5 \text{ cm} \rightarrow s < r_1 + r_2$$

$$r_1 - r_2 = 3,5 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm} = 2 \text{ cm} \quad \rightarrow 2 \text{ cm} = 2 \text{ cm} \rightarrow s = r_1 - r_2$$

Proto kružnice  $k_1$  a  $k_2$  mají vnitřní dotyk.

## Příklady na procvičení

**Příklad 1:** Určete vzájemnou polohu kružnic  $k_1(S_1; r_1)$  a  $k_2(S_2; r_2)$ , jestliže pro jejich poloměry  $r_1$  a  $r_2$ , jejich středy  $S_1$  a  $S_2$  a úsečku  $s = |S_1S_2|$ , které říkáme středná, platí:

a)  $r_1 = 6 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 9 \text{ cm}$ ,  $s = 11 \text{ cm}$  ;                      b)  $r_1 = 5 \text{ dm}$ ,  $r_2 = 3 \text{ dm}$ ,  $s = 12 \text{ dm}$  ;

c)  $r_1 = 80 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 10 \text{ cm}$ ,  $s = 2 \text{ dm}$  ;                      d)  $r_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 7 \text{ cm}$ ,  $s = 12 \text{ cm}$  ;

e)  $r_1 = 46 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 32 \text{ mm}$ ,  $s = 5 \text{ mm}$  ;                      f)  $r_1 = 4,1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 3,5 \text{ cm}$ ,  $S_1 = S_2$  ;

**Příklad 2:** Narýsujte kružnici  $k(S_1; r = 3 \text{ cm})$  a zvolte bod  $S_2$  tak, že  $|S_1S_2| = 1 \text{ cm}$ . Sestrojte kružnici  $h(S_2; r_2)$  tak, aby s kružnicí  $k$ :

a) neměla žádný společný bod;

b) měla právě jeden společný bod;

c) měla společné dva body.

**Příklad 3:** Narýsujte kružnici  $k(S_1; r_1 = 3 \text{ cm})$ . Zvolte na ní bod  $T$ . Sestrojte kružnici  $h(S_2; r_2)$ , která se dotýká kružnice  $k$  v bodě  $T$  a má poloměr:

a)  $r_2 = 2 \text{ cm}$ ;

b)  $r_2 = 4 \text{ cm}$ .

**Příklad 4:** Pro kružnice  $k_1(S_1; r_1)$ ,  $k_2(S_2; r_2)$  a úsečku  $|S_1S_2| = s$  platí:

a)  $r_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 8 \text{ cm}$ ,  $s = 10 \text{ cm}$

b)  $r_1 = 4 \text{ m}$ ,  $r_2 = 3 \text{ m}$ ,  $s = 1 \text{ m}$

c)  $r_1 = 7 \text{ dm}$ ,  $r_2 = 9 \text{ dm}$ ,  $s = 18 \text{ dm}$

d)  $r_1 = 15 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 11 \text{ cm}$ ,  $s = 17 \text{ cm}$

Určete vzájemnou polohu kružnic  $k_1$  a  $k_2$ .

**Příklad 5:** Určete délku úsečky  $S_1S_2$ , jestliže kružnice

a)  $k_1(S_1; 8 \text{ m})$ ,  $k_2(S_2; 4 \text{ m})$  se dotýká vně

b)  $k_1(S_1; 5 \text{ dm})$ ,  $k_2(S_2; 10 \text{ dm})$  mají vnitřní dotyk

**Příklad 6:** Sestrojte kružnici  $k_1(S_1; 4,8 \text{ cm})$  a její tětivu  $AB$  délky 9 cm. Dále sestrojte kružnici  $l$ , která bude mít s kružnicí  $k$  vnitřní dotyk a zároveň se bude dotýkat tětivy  $AB$  v jejím středu  $S'$ .

**Příklad 7:** Tři kružnice se shodnými poloměry  $r$  se navzájem dotýkají. Určete délky stran a velikosti úhlů trojúhelníku, jehož vrcholy jsou:

- a) středy uvedených kružnic                      b) dotykové body těchto kružnic

**Příklad 8:** Je dána kružnice  $k(S; 1,8 \text{ cm})$  a bod  $L$  tak, že  $|SL| = 3,5 \text{ cm}$ . Sestrojte kružnici  $l$  se středem  $L$  tak, aby

- a) se kružnice  $k$  dotýkala vně                      b) s kružnicí  $k$  měla vnitřní dotyk